



Escola de Camins

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Trabajo realizado por:

Adriana Hernández Cervantes

Dirigido por:

Antonio Marí Bernat

Máster en:

Ingeniería Estructural y de la Construcción

Barcelona, febrero 2019

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (DECA)

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

TESIS DE MÁSTER

Máster

MÁSTER DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN

Título

“MODELO DE RESISTENCIA A ESFUERZO CORTANTE DE HORMIGÓN
REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO”

Autor

ADRIANA HERNÁNDEZ CERVANTES

Tutor

ANTONIO MARÍ BERNAT

Intensificación

TECNOLOGÍA DE ESTRUCTURAS

Fecha

BARCELONA, FEBRERO 2019

Agradecimientos

A mis profesores de la UPC por su empeño en los cursos impartidos y principalmente mi maestro y tutor de Tesis, Antonio Marí, por su disposición, paciencia y conocimientos compartidos.

A mis compañeros de Máster, por su compañía a lo largo del Máster, por su colaboración, comprensión, apoyo y por los momentos compartidos.

A mis amigos en casa, por estar siempre pendientes de mí.

A Francisco Cruz por su apoyo y compañía en el desarrollo de esta Tesis, por sus palabras de aliento en el momento necesario, por hacerme creer en las sorpresas y por los bellos recuerdos creados en nuestra estancia en Barcelona.

Y sobre todo a mi familia, a mis padres David Hernández y Tere Cervantes, a Liz, Pau y Alonsito, a todos ellos por su ejemplo, por su apoyo incondicional, por motivarme a superarme y por permitirme cumplir esta meta.

Resumen

El hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA), es un hormigón que incluye en su composición fibras cortas, discretas y aleatoriamente distribuidas en su masa [1], que mejoran considerablemente sus propiedades mecánicas. En cuanto a resistencia a cortante, se ha demostrado que ésta aumenta en elementos de HRFA debido a que la distribución aleatoria de las fibras provee refuerzo en las tres direcciones generando puentes estructurales en la fisura crítica, estos puentes transmiten directamente la fuerza de cortante entre las dos superficies de la fisura, además de que limitan el ancho de fisura crítica en el alma, mejorando así el comportamiento del efecto de engranaje de áridos.

El propósito de este documento es el de investigar y entender la resistencia a cortante en elementos de hormigón reforzado con fibras de acero y comprender los cambios que las fibras aportan a los diferentes mecanismos de transferencia de cortante. Todo esto a través del estudio y validación de la extensión para fibras de acero de un modelo de base mecánica denominado Compression Chord Capacity Model. Para esto, se tomó una base de datos inicial de 110 ensayos de HRF obtenida de la literatura consultada, que finalmente quedo en 57 muestras después de descartar todos aquellos ensayos que no cumplieran con la información necesaria para la validación del modelo. Se calculo el factor de seguridad del modelo obteniendo la relación entre resistencia a cortante experimental y la calculada con el modelo (V_{EXP}/V_{CALC}) y se realizó una análisis comparativo de la misma relación (V_{EXP}/V_{CALC}) con un modelo empírico (Narayanan y Darwish) y con 2 modelos incluidos en la normativa actual (MC2010 y EHE-08) basados en el comportamiento post fisuración del material.

La relación (V_{EXP}/V_{CALC}) de la extensión para fibras del CCCM indica que este modelo proporciona predicciones realistas de la resistencia a cortante y que es competitivo con los modelos propuestos en la normativa al presentar valores similares en la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) pero con menos dispersión.

Abstract

Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC), is a concrete that includes in its composition short, discrete and randomly distributed fibers in its mass [1], which considerably improve RC mechanical properties. In terms of shear strength, it has been shown that Steel fibers increase it due to the reinforcement in all three directions with a random distribution of the fibers. This distribution generates structural bridges in the critical crack, which transmit the shear force between both parts of the crack and in addition, they limit the width of the web critical crack, thus improving the behavior of the aggregate interlock component.

The purpose of this document is to investigate and to understand the shear strength of Steel Fiber Reinforced Concrete and to understand the changes the fibers bring to the different shear transfer mechanisms. All this, through the study and validation of the extension for steel fibers of a mechanical base model called Compression Chord Capacity Model. For this, an initial database of 110 FRC tests obtained from the literature consulted, was filtered discarding all those tests that did not comply with the necessary information for the validation of the model, decreasing to 57 SFRC samples. The safety factor of the model was calculated by obtaining the ratio between experimental shear strength and the calculated with the model (V_{EXP}/V_{CALC}) and a comparative analysis of the same ratio (V_{EXP}/V_{CALC}) was performed with an empirical model (Narayanan and Darwish) and with 2 models included in the current regulations (MC2010 and EHE-08) based on the post-cracking behavior of the material.

The ratio (V_{EXP}/V_{CALC}) of the extension for fibers of the CCCM indicates that this model provides realistic predictions of the shear strength and that it is competitive with the models proposed in the regulation owing to presenting similar values in the relation (V_{EXP}/V_{CALC}) but less scatter.

Contenido

1.	INTRODUCCIÓN	11
1.1	Motivación	11
1.2	Objetivos: objetivo general y objetivos específicos	12
1.3	Estructura del documento	13
2.	ESTADO DEL CONOCIMIENTO	15
2.1	Hormigón reforzado con fibras de acero.	16
2.1.1	Fibras de acero	16
2.1.2	Elaboración del SFRC	18
2.1.3	Comportamiento estructural	20
2.1.4	Métodos de ensayo	24
2.1.4.1	UNE 83515. Hormigones con fibras. Determinación de la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción. Método Barcelona	25
2.1.4.2	Método RILEM TC 162-TDF. Métodos de prueba y diseño para hormigón reforzado con fibra de acero: prueba de flexión	26
2.1.4.3	EN 14651. Método de prueba para hormigón con fibra metálica – Medición de la resistencia a la flexión (Limite de proporcionalidad LOP residual)	27
2.1.4.4	ASTM C1609M. Método de prueba estándar para el rendimiento a flexión de hormigón reforzado con fibras.	27
2.1.4.5	ASTM C1550-10a. Método de prueba estándar para la resistencia a la flexión del hormigón reforzado con fibras.	29
3.	RESISTENCIA A CORTANTE	31
3.1	Modelos para el calculo	34
3.1.1	Narayanan y Darwish	37
3.1.2	Ecuación de diseño de MC2010	39
3.1.3	EHE-08	42
3.1.4	RILEM TC162-TDF	44
3.2	Modelo para cálculo de cortante en vigas de hormigón reforzado con fibras de acero (MCCC + Fibras)	46
3.2.1	Multi Action Shear Model (MASM)	46
3.2.2	Compresion Chord Capacity Model (CCCM)	52
3.2.3	Extensión del CCCM a elementos de hormigón reforzado con fibras de acero	55
4	VERIFICACIÓN DEL MODELO	58
4.1	Base de datos de elementos de HRFA bajo esfuerzo cortante	58

4.2 Características principales de las muestras.	64
4.2.1 Parámetros post fisuración	64
4.2.1.1 Resistencia a la tracción axial del hormigón	64
4.2.1.2 Resistencia residual a tracción	65
4.2.1.3 Resistencia última a tracción	69
4.2.2 Resistencia del hormigón	70
4.2.3 Fibras	71
4.2.4 Dimensiones de las muestras	71
4.2.5 Otras propiedades	72
4.3 Evaluación de la base de datos	72
4.4 Evaluación del modelo	74
4.4.1 Comparación de las predicciones del CCCM + Fibras con los modelos MC2010 y EHE-08	77
4.4.2 MASM VS Narayanan y Darwish	80
5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	82
6. REFERENCIAS	84
ANEJO 1.	88
ANEJO 2	94

Índice de Figuras

Fig. 1 Proceso de fisuración de una viga de hormigón reforzado, simplemente apoyada y sometida a flexión	21
Fig. 2 Comportamiento de ablandamiento (a) y endurecimiento (b) en tensión uniaxial [5]	23
Fig. 3 Arreglo para el ensayo Barcelona [8].....	25
Fig. 4 Ensayo a flexión de tres puntos. 1) Rodillo de apoyo 2) Rodillo de carga [10]	27
Fig. 5 Valores de cargas a determinadas deflexiones [11]	28
Fig. 6 Área integrada bajo la curva carga-deflexión de la red para obtener energía de absorción [12]	29
Fig. 7 Diagrama de cuerpo libre de un tramo de viga de HRF simplemente apoyada [15]	38
Fig. 8 Diagrama lineal [14].....	40
Fig. 9 Diagrama multilíneal [14]	40
Fig. 10 Diagrama multilíneal.....	42
Fig. 11 Modelo constitutivo trilineal	44
Fig. 12 Cuantía de acero para V _{cd} (Rilen Tv).....	46
Fig. 13 Mecanismos de transferencia considerados [18].....	48
Fig. 14 Distribución de esfuerzos considerados en la zona de compresión no fisurada [18]	48

Fig. 15 Envolvente de falla adoptada para hormigón bajo estado de tensión biaxial [18].....	49
Fig. 16 Contribución de las fibras a la resistencia a cortante [3]	56
Fig. 17 Arreglo típico para determinar la abertura de fisura w . Dimensiones en mm. 1) Detalle de la entalla 2) Transductor 3) Borde de cuchilla [10]	66
Fig. 18 Distribución de esfuerzos en ensayos a flexión. 1) Distribución de esfuerzos real. 2) Distribución de esfuerzos asumida [10].....	67
Fig. 19 Diagrama carga-abertura de fisura y FL	68
Fig. 20 Diagrama carga-abertura de fisura y Fj ($j = 1,2,3,4$). Le resistencia a la flexión residual debe de ser expresada al 0.1 N/mm ² más cercano [10]	69
Fig. 21 Diagrama de cálculo rectangular [1].....	69
Fig. 22 Diagrama de cálculo multilineal [1]	70
Fig. 23 Profundidad efectiva en mm	72
Fig. 24 Relación tramo de cortante-profundidad efectiva.....	73
Fig. 25 Refuerzo longitudinal en %.....	73
Fig. 26 Resistencia a la compresión en MPa	73
Fig. 27 Resistencia residual a la tracción en MPa.....	74
Fig. 28 Relación $VEXP/VCALC$ para cada muestra de la base de datos	76
Fig. 29 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante	78
Fig. 30 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante, considerando a/d como variable.....	79
Fig. 31 Tendencia en la correlación entre modelos y resultados experimentales, en términos de (d)	80
Fig. 32 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante considerando $fR3$ como variable.....	81

Índice de Tablas

Tabla 1 Tipos y esquema de fibras	18
Tabla 2 Ensayos para la caracterización de las propiedades mecánicas del hormigón reforzado con fibras.....	29
Tabla 3 Modelos de resistencia a cortante para vigas de HRF sin refuerzo transversal [15] y [16]	34
Tabla 4 Modelo de resistencia a cortante	38
Tabla 5 Modelo de resistencia a cortante propuesto en el MC2010.....	40
Tabla 6 Resistencia mínima a cortante propuesta en MC2010	41
Tabla 7 Modelo de resistencia a cortante propuesto en EHE-08.....	42
Tabla 8 Resistencia mínima a cortante propuesta en MC2010	44
Tabla 9 Modelo de resistencia a cortante propuesto en RILEM TC162-TDF.....	45
Tabla 10 Contribución a la resistencia a cortante de la zona de compresión de hormigón no fisurada.....	50
Tabla 11 Contribución a la resistencia a cortante debida al alma fisurada	51
Tabla 12 Contribución a la resistencia a cortante debido al refuerzo longitudinal	52
Tabla 13 Contribución a la resistencia a cortante debido al refuerzo transversal.....	52

Tabla 14 Modelo de resistencia a cortante CCCM	54
Tabla 15 Extensión para fibras de acero del Compresion Chord Capacity Model (CCCM)	56
Tabla 16 Base de datos de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero sometidas a cortante	60
Tabla 17 Limite de proporcionalidad de acuerdo con EN 14651	67
Tabla 18 Resistencia residual a la tracción de acuerdo con EN 14651	68
Tabla 19 Rangos de propiedades de resistencia del HRFA	70
Tabla 20 Rangos de propiedades de las fibras	71
Tabla 21 Dimensiones de las muestras	71
Tabla 22 Otras propiedades incluidas en la base de datos	72
Tabla 23 Datos estadísticos de las vigas de HRF estudiadas	75
Tabla 24 Datos estadísticos de las vigas de HRF estudiadas	76
Tabla 25 Comparación de datos estadísticos de los modelos estudiados	79
Tabla 26 Comparación de datos estadísticos de modelos estudiados	81

Notaciones

MAYÚSCULAS ROMANAS

A_c	Área de la sección transversal
A_s	Área de refuerzo a tracción
A_{sl}	Área de refuerzo de la sección transversal
A_{sw}	Área por unidad de longitud de refuerzo transversal
B'	Constante dimensional en el Modelo N&D
D	Diámetro equivalente de las fibras
E_c	Módulo de deformación del hormigón
E_s	Módulo de elasticidad del acero
F	Factor de las fibras
K_c	Profundidad relativa del eje neutro
L	Longitud de la fibra, claro
N_{Ed}	Axil de cálculo
N_{sd}	Fuerza longitudinal o de pretensado
R_m	Resistencia a tracción de las fibras
V	Cortante de diseño
V_a	Componente vertical de la fuerza
V_b	Componente vertical de las fuerzas de extracción de las fibras
V_c	Cortante resistida en la zona de compresión
V_{CALC}	Cortante calculado
V_{cu}	Resistencia a cortante contemplando aportación del concreto
$V_{cu,F}$	Resistencia a cortante contemplando la aportación de las fibras
$V_{cu,min}$	Resistencia mínima debida al hormigón
V_d	Refuerzo transversal inducido en el refuerzo longitudinal
V_{EXP}	Cortante experimental
V_{fu}	Contribución de las fibras de acero a la resistencia a esfuerzo cortante
V_l	Cortante del refuerzo longitudinal
V_{Rd}	Resistencia a cortante
V_s	Cortante resistida por el refuerzo transversal
V_t	Resistencia a cortante
V_u	Resistencia a cortante
V_{u2}	Resistencia mínima a cortante en vigas sin refuerzo de cortante
V_w	Cortante transferida a través del alma fisurada

MINÚSCULAS ROMANAS

a	Tramo de cortante
b_0	Base de la sección transversal
$b_{v,eff}$	Base efectiva
b_w	Ancho del alma en secciones I o T
d	Profundidad efectiva
d_g	Tamaño máximo del agregado
d_f	Diámetro equivalente
d_f	Factor de unión que considera las diferentes características de anclaje de las

	fibras
e	Factor adimensional que toma en cuenta el efecto del arco
f	Resistencia en MPA
f_c	Resistencia a la compresión
f_{cd}	Resistencia de cálculo a compresión
f_{ck}	Valor característico a compresión
f_{ct}	Resistencia del hormigón a tracción sin fibras
f_{ctk}	Valor característico de f_{ct}
$f_{ctR,d}$	Cálculo de la resistencia última a tracción
f_{ctm}	Resistencia media del hormigón a tracción
$f_{ct,sp}$	Resistencia de ruptura del cilindro de elementos de HRF
f_{cuf}	Resistencia a la compresión del cubo de hormigón con fibras de acero
f_{cv}	Resistencia efectiva del hormigón a cortante
f_{eq}	Resistencia equivalente a tracción
$f_{eq,2}$	Resistencia equivalente a tracción para ser usado en ELS
$f_{eq,3}$	Resistencia equivalente a tracción para ser usado en ELU
f_{FTu}	Resistencia ultima de tensión residual para el HRF
f_{FTud}	Resistencia de tensión de diseño de las fibras
f_R	Resistencia residual a la tracción
$f_{R,j,d}$	Resistencia residual a tracción de cálculo del hormigón
$f_{R,j,k}$	Resistencia característica del proyecto
f_{yw}	Esfuerzo de fluencia
h	Altura
h_f	Altura del alma en secciones I o T
k	Factor que toma en cuenta el efecto tamaño
k_f	Factor que toma en cuenta la contribución de las alas en las secciones T
v_c	Resistencia debida a la zona de compresión no fisurada
v_s	Resistencia debida al refuerzo longitudinal
v_w	Resistencia debida al alma fisurada de hormigón
w	Aberturas de fisuras
w_u	Máxima abertura de fisura aceptada en el diseño estructural
z	Brazo mecánico de deflexión

MINÚSCULAS GRIEGAS

Alfa	α_e	Relación modular
Gamma	γ_c	Coeficiente de seguridad o minoración de la resistencia del hormigón
Épsilon	ε	Deformación
Eta	η	Coeficiente de reducción relativo al esfuerzo cortante
Lambda	λ	Esbeltez o relación de aspecto
Xi	ξ	Considera el efecto tamaño
Rho	ρ	Porcentaje de acero longitudinal
	ρ_f	Fracción volumétrica de las fibras
	ρ_l	Porcentaje de acero longitudinal
	ρ_w	Porcentaje de acero transversal
Sigma	σ	Esfuerzo
	σ_{cd}	Esfuerzo axial medio
	σ_p	Esfuerzo promedio en la sección transversal de hormigón
	σ_x	Distribución lineal de los esfuerzos longitudinales
	σ_y	Distribución bi-lineal de los esfuerzos transversales

Tau	τ	Esfuerzo promedio de unión interfacial de la matriz y las fibras
		Distribución parabólica de los esfuerzos cortantes
Zeta	ζ	Efecto tamaño en la zona de compresión

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS Y ESPECIALES

Δ_{Vcu}	Considera el incremento de la resistencia a cortante por el hormigón causado por el confinamiento de los estribos
----------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

UNIDADES

<i>kg</i>	Kilogramo
<i>m</i>	Metro
<i>m³</i>	Metro cúbico
<i>mm</i>	Milímetros
<i>N</i>	Newton
<i>MPa</i>	Megapascuales

ABREVIACIONES

<i>ACI</i>	American Concrete Institute
<i>ASTM</i>	American Society of Testing Materials
<i>ATEM</i>	Análisis y Tecnología de Estructuras y Materiales
<i>CCCM</i>	Compression Chord Capacity Model
<i>DECA</i>	Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental
<i>EHE</i>	Instrucción de Hormigón Estructural
<i>ELS</i>	Estados Límites de Servicio
<i>ELU</i>	Estados Límites Últimos
<i>FRC</i>	Fiber Reinforced Concrete
<i>HRF</i>	Hormigón Reforzado con fibras
<i>HRFA</i>	Hormigón reforzado con fibras de acero
<i>HRFP</i>	Hormigón Reforzado con Fibras Poliméricas
<i>HRFS</i>	Hormigón Reforzado con Fibras Sintéticas
<i>LOP</i>	Limit of proportionality
<i>MASM</i>	Multi Action Shear Model
<i>MC</i>	Model Code
<i>MCFT</i>	Teoría Modificada del Campo de Compresiones
<i>PBT</i>	Point bending test
<i>RC</i>	Reinforced Concrete
<i>RILEM</i>	International union of laboratories and experts in construction materials, systems and structures
<i>SFRC</i>	Steel Fiber Reinforced Concrete
<i>UNE</i>	Una Norma Española

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

El hormigón reforzado con fibras (HRF) no es un material de reciente invención, fue a finales del siglo XIX que se realizó la primera patente de este tipo de hormigón. Sin embargo, la falta de conocimiento teórico, el desconocimiento de sus beneficios, el precio elevado de su fabricación y el auge del hormigón reforzado tradicional hicieron que el HRF fuera un material olvidado.

Gracias al esfuerzo de investigadores que se han dedicado al estudio de este tema, es que en la actualidad el hormigón reforzado con fibras tiene un uso generalizado en el mundo de la construcción a escala internacional. Las alternativas a la incorporación de otros tipos de fibras se produjeron en mayor medida durante la década de los 60's y 70's. Sin embargo, a lo largo de todo el siglo XX surgieron patentes de diferentes tipos de fibras, en especial metálicas, con diversas formas. En un principio la mayor parte de la aplicación del HRF tenía que ver con hormigones proyectados para el sostenimiento de obras subterráneas como túneles o cavernas, en estabilización de taludes y ejecución de piscinas. Otro uso generalizado de este material es la construcción de soleras y piezas prefabricadas. Todas estas aplicaciones basadas en el aprovechamiento de los beneficios que aportan las fibras al hormigón como ductilidad, control de fisuración y aumento de la capacidad de absorción de energía para el hormigón.

Existen principalmente 3 tipos de HRF: Hormigón Reforzado con Fibras Poliméricas (HRFP), Hormigón Reforzado con Fibras Sintéticas (HRFS) por ejemplo las fibras de vidrio y Hormigón Reforzado con Fibras de Acero (HRFA). Actualmente la gran mayoría de investigación desarrolla en el campo del HRF tal como fabricación, comportamiento estructural, métodos de ensayo para la caracterización de las fibras

y diseño de elementos con HRF, se basa en el comportamiento de este último tipo de material HRFA.

Ahora se reconoce que el principal aporte de las fibras al hormigón es que mejora su comportamiento post fisuración y su tenacidad, es decir, la capacidad de transferir tensiones después de la fisuración de la matriz. También mejora modulo elástico, resistencia a fisuración, control de fisuras, durabilidad, fatiga, resistencia al impacto y abrasión, contracción, expansión, características térmicas y resistencia al fuego [2].

El interés en la aplicación de SFRC va en aumento y se puede demostrar por los numerosos trabajos de investigación, artículos, talleres y simposios que se encuentran alrededor del mundo. Una de las líneas de investigación que se han desarrollado en las últimas décadas es la contribución de las fibras a la resistencia a cortante, y la posibilidad de remplazar la cantidad mínima de acero transversal. Por lo que es de interés primordial comprender adecuadamente el desempeño real de las estructuras y asegurarnos de su capacidad de servicio y de su seguridad.

Para esto se han venido desarrollando modelos de cálculo de resistencia a cortante enfocados desde diferentes perspectivas. En un inicio se publicaron modelos de base empírica, apoyados en la observación y en el uso de factores de calibración y que además consideraban el aporte de las fibras a la resistencia a cortante como una contribución independiente. Los más actuales, como la extensión para fibras del CCCM [3], basados en el comportamiento post fisuración del HRFA y en la mecánica del problema, considerando los cambios que hacen las fibras en los mecanismos de resistencia a cortante, los cambios en el modo de falla y considerando que las fibras y el hormigón se encuentran acoplados por lo que es necesario estimar la contribución de este par, simultáneamente.

1.2 Objetivos: objetivo general y objetivos específicos

El objetivo fundamental de este documento es realizar la validación de un modelo mecánico de resistencia a cortante para vigas de hormigón reforzado con fibras de acero y sin refuerzo transversal, basado en el equilibrio, compatibilidad, ecuaciones constitutivas y criterio de rotura del material. El modelo a evaluar es una extensión para fibras de acero del Compresion Chord Capacity Model (CCCM) que es una simplificación del Multi Action Shear Model (MASM), desarrollado por miembros del

grupo de investigación en “Análisis y Tecnología de Estructuras y Materiales” (ATEM), coordinado por el Profesor Antonio Marí del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (DECA) de la Universidad Politécnica de Cataluña.

Los objetivos específicos que se plantean son los siguientes:

- Investigar y entender la resistencia a cortante en elementos de hormigón reforzado con fibras de acero y comprender los cambios que las fibras aportan a los diferentes mecanismos de transferencia de cortante.
- Entender el modelo que será sujeto a la validación. Identificar la información necesaria para aplicar el modelo correctamente y obtener predicciones más confiables.
- Elaborar una base de datos sobre ensayos a cortante en vigas reforzadas con fibras de acero. Estudiar los resultados de los ensayos y extraer conclusiones sobre el comportamiento observado
- Realizar una comparación de las predicciones de resistencia a cortante de los métodos de cálculo más comúnmente utilizados y el modelo propuesto en el DECA, con los resultados experimentales de la base de datos y obtener valores estadísticos para la comparación.

1.3 Estructura del documento

El documento consta de 6 capítulos que se distribuyen de la siguiente manera.

El *capítulo 1* contiene la motivación del tema y explica el objetivo de este TFM y los objetivos específicos necesarios para lograrlo.

En el *capítulo 2* se da una base teórica para comprender mejor los temas tratados en los capítulos siguientes. Se hace una introducción al hormigón reforzado con fibras, se describen las propiedades físicas y geométricas de las fibras, se menciona el comportamiento estructural del hormigón al añadirle este tipo de refuerzo y se describen diferentes métodos de ensayo para su caracterización.

En el *capítulo 3* se habla sobre los mecanismos resistentes a cortante y de cómo las fibras mejoran estas acciones. Se explican los modelos de resistencia a cortante adaptados a fibras de acero que se emplearan en el capítulo 4 y se da una explicación del modelo estudiado, desde su primera publicación como Multi Action Shear Model (MASM), la simplificación que se llevó a cabo para proponer el

Compresion Chord Capacity Model (MASM) y finalmente la extensión del modelo para ser aplicado a hormigón reforzado con fibras de acero.

El *capítulo 4* trata de la verificación del modelo, se explica la metodología empleada para obtener la base de datos de ensayos a cortante y se muestra la comparación del modelo estudiado CCCM, con modelos basados en el comportamiento post-fisuración del hormigón (MC2010 y EHE-08) y con un modelo de base semi empírica (Narayanan y Darwish).

El *capítulo 5* incluye las conclusiones del trabajo presentado y las perspectivas futuras que se desprenden de la investigación.

2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

Los hormigones reforzados con fibras (HRF), se definen como aquellos hormigones que incluyen en su composición fibras cortas, discretas y aleatoriamente distribuidas en su masa [1].

Se dice que las fibras tienen un comportamiento no estructural cuando se adicionan al concreto únicamente para mejorar ciertas características como el control de ancho de fisura por retracción plástica, protección contra el fuego y durabilidad, mejorando de esta manera el comportamiento en Estado Límite de Servicio. Por el contrario, si se considera que las fibras tienen un comportamiento estructural, estas deben de garantizar un rendimiento mecánico mínimo y mejorarían el comportamiento del hormigón frente a la resistencia a tracción mejorando así el Estado Limite Ultimo en donde pueden sustituir parcial o totalmente el refuerzo convencional.

A diferencia del refuerzo tradicional que se coloca de manera eficiente en los puntos necesarios para contrarrestar las máximas solicitaciones generadas, las fibras aportan un mecanismo de refuerzo en 3 direcciones debido a su distribución aleatoria y discreta, que mejora la capacidad de puenteo de fisuras incrementando la durabilidad y resistencia del hormigón.

Aunque en la actualidad algunas instrucciones y codigos ya incluyen en sus capítulos artículos que consideran la aportación de las fibras a la resistencia del concreto (la mayoría basada en el comportamiento de las fibras metálicas), el empleo de HRF más generalizado es para elementos no estructurales como:

- Hormigones/morteros proyectados. Revestimiento de túneles (sustituyen al mallado metálico), estabilización de taludes y ejecución de piscinas.

- Pavimentaciones industriales, soleras o elementos de gran superficie en los que el refuerzo convencional no es efectivo para controlar las fisuras inducidas por humedad y variación de temperatura.
- Elementos prefabricados como muros y pilas que tienen que ser martilladas en el suelo o que tienen que resistir una gran carga o deformación.
- Láminas o elementos que por su poco espesor o forma complicada es difícil utilizar refuerzo tradicional
- Hormigones de cualquier tipo sometidos a ambientes agresivos, cerca del mar etc.

Existen diversos tipos de HRF pero en general se pueden clasificar en 3 principales: Hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA), Hormigón reforzado con fibras poliméricas (HRFP), y Hormigón reforzado con fibras Sintéticas (HRFS) por ejemplo las fibras de vidrio. Este documento se centra en el primer tipo, por lo que en este capítulo se explicará que es el HRFA, los tipos de fibras de acero que se pueden emplear, como se fabrica, su comportamiento estructural y la forma en que las normativas más importantes abordan los métodos de ensayo para la caracterización de las propiedades mecánicas y el diseño de elementos de hormigón reforzado con fibras de acero.

2.1 Hormigón reforzado con fibras de acero.

Una manera de entender la mecánica del hormigón reforzado con fibras es considerarlo como un material compuesto cuyas propiedades puedan relacionarse a las propiedades del concreto, de las fibras y las propiedades de la unión entre la matriz y las fibras.

2.1.1 Fibras de acero

Según la UNE-EN 14889-1 [4], "Son elementos rectos y deformados de alambres de acero estirado en frío, recortes de fibras de acero rectas o deformadas, fibras extraídas fundidas, fibras estiradas en frío y fibras molidas de bloques de acero que son adecuados para su mezcla homogénea con hormigón o mortero."

Para que las fibras de acero cumplan la función de refuerzo deben de tomarse en consideración valores mínimos de propiedades como la resistencia de la fibra, la dureza y la capacidad de adherirse al hormigón. Esta última propiedad depende de la relación de aspecto (longitud/diámetro equivalente) de la fibra. La UNE-EN

14889-1 que anula y sustituye a la UNE 83500-1 especifica los requisitos de las fibras de acero para su uso estructural o no estructural en hormigones, morteros y pastas. Como dimensiones y tolerancias mínimas en Longitud (L_f), diámetro equivalente (d_f) y esbeltez o relación de aspecto (λ), y propiedades mecánicas como resistencia a tracción de las fibras (R_m), resistencia residual a flexión y módulo de elasticidad.

Según el proceso de fabricación y el material base, las fibras de acero se clasifican en:

- Grupo I. Alambres estirados en frío
- Grupo II. Láminas cortadas
- Grupo III. Extractos fundidos (virutas de acero)
- Grupo IV. Conformados en frío
- Grupo V. Aserrados de bloques de acero

Las fibras pueden tener sección transversal cuadrada, rectangular, plana o irregular. Las fibras deformadas como las curvadas, enrolladas o torcidas a lo largo de su longitud presentan muy buenas propiedades de anclaje a la matriz de cemento a diferencia de las fibras rectas, las cuales se anclan a la matriz mediante fricción y adherencia química. Otro factor que mejora la fuerza de unión entre fibra y matriz de cemento es la terminación de la fibra que puede ser ganchos, ganchos aplanados u otros tipos de anclaje. Adicionalmente las fibras pueden tener un recubrimiento de zinc para mejorar la resistencia a la corrosión o recubrimiento de latón para mejorar las características de unión.

Combinando secciones transversales y forma longitudinal se obtiene gran cantidad de tipos de fibras de acero que pueden tener un uso estructural. En la Tabla 1 se presentan algunas de las fibras más comunes en el mercado de la construcción actualmente. Sus características principales son las siguientes:





La geometría ondula TABIX fue de las primeras adoptadas en el desarrollo del HRF, se deben de diseñar con una amplitud y longitud de onda adecuada que les confiera trabajabilidad y evite la formación de bolas a la hora de añadir la fibra al hormigón.

Las fibras con extremos en ganchos HE (hooked end), tienen una de las geometrías más conocidas, aunque no controlan la retracción de forma tan eficiente como las fibras onduladas.

La fibra de acero con extremos planos FE (flat end) posee un grado de anclaje mayor a una fibra recta. Su principal aplicación es en hormigón proyectado por su reducido índice de rebote

Las fibras de extremos en gancho y aplanados HFE, Son una combinación de las fibras HE y FE. Al aplanar los extremos conformados en gancho hace que la capacidad de anclaje de las fibras mejore, aportan un excelente control de la retracción en el hormigón.

Tabla 1 Tipos y esquema de fibras

Tipo de fibra	Esquema
Fibras onduladas	
Fibras de extremos en gancho	
Fibras de extremos planos	
Fibras de extremos en ganchos aplanados	

En cuanto a normativa americana, la ASTM A820/A820M-11 "Especificaciones estándar para el hormigón reforzado con fibras", es la encargada de definir todos los parámetros anteriormente mencionados.

La habilidad de las fibras para unirse al concreto Las fibras de acero se encuentran protegidas de la corrosión por el ambiente alcalino que les provee la matriz de cemento y estas pueden mejorar su anclaje por medios mecánicos o por rugosidad de la superficie.

2.1.2 Elaboración del SFRC

Es necesario optimizar la dosificación de fibras de acero para reforzar un hormigón. Cuando la cantidad de fibras a adicionar está por debajo de los 20 kg/m³, el

hormigón se puede manipular sin realizar modificaciones a los requerimientos establecidos para un hormigón tradicional. Sin embargo, cuando el volumen de fibras aumenta se deben de realizar un ajuste en la dosificación de los componentes del hormigón, ya que las fibras de acero actúan como elementos rígidos de geometría esbelta mejorando algunas propiedades en estado endurecido, pero dificultando la fabricación, transporte, vertido, compactación y acabado de este.

De acuerdo a ACI 544.1R-96 [2], la mezcla de HRFA tiene tendencia a producir bolas de fibras en el hormigón recién mezclado, esto se debe al tamaño máximo de la fibra y a la graduación general del agregado usado en la mezcla, y a otros parámetros como la relación de aspecto de las fibras, la fracción de volumen, la forma de la fibra y el método de introducir las fibras al mezclado. Mientras más grande sea la relación de aspecto y el tamaño máximo de agregado, se puede agregar menor fracción de volumen de fibras sin generar tendencia a los apelmazamientos.

Al trabajar con fibras se debe de asegurar una trabajabilidad adecuada para permitir la colocación, consolidación y finalización con un mínimo esfuerzo, cuidando de proveer una distribución uniforme de las fibras y de obtener segregación, sangrado y apelmazamiento mínimo.

Para lograr una buena mezcla de HRFA se pueden emplear diferentes métodos, dependiendo del trabajo a ejecutar y de las facilidades disponibles. En el Anejo 14 de la EHE presenta las siguientes recomendaciones para evitar la formación de bolas de fibras:

- Se debe de tener una buena dosificación con suficiente contenido de árido fino.
- Un alto contenido de fibras en la mezcla y la esbeltez de estas aumentan el riesgo de formación de bolas
- Es recomendable evitar los transportes largos
- Si no se pueden evitar los transportes largos, se recomienda adicionar las fibras en obra, para ello es necesario un hormigón suficientemente fluido para que las fibras lleguen hasta el fondo de la mezcladora, además de disponer de un equipo en obra que garantice la dosificación indicada y el vertido de las fibras debe realizarse entre 20 y 60 kg por minuto con la

mezcladora girando a máxima velocidad hasta garantizar una distribución homogénea en su masa.

- Como norma general las fibras se incorporan preferente al inicio del mezclado con el árido grueso.

El ACI 544-1R-96 [2], menciona que la siguiente secuencia se ha utilizado con éxito para lograr una distribución uniforme de las fibras en toda la mezcla: después de agregar y mezclar todos los componentes del hormigón (incluso el agua) agregar las fibras de acero a la mezcladora. Se pueden agregar de manera manual al vaciar los contenedores en la mezcladora, a través de una cinta transportadora o soplador, las fibras deben de ser agregadas en una cantidad aproximada de 45 kg por minuto con la mezcladora girando a máxima velocidad, las fibras deben de ser agregadas en un estado libre de grumos para que las cuchillas puedan incorporar las fibras a la mezcla. Después la mezcladora debe de reducir su velocidad de mezclado a 40 o 50 revoluciones. Usando este método las fibras se pueden agregar en planta o en obra.

En cuanto a vertido y colocación debe de evitarse el transporte adicional del HRFA en obra y deben de evitarse interrupciones para no generar discontinuidad en la distribución de las fibras.

2.1.3 Comportamiento estructural

Para comprender de mejor manera las ventajas que aportan las fibras de acero al hormigón y ver como se afecta el comportamiento estructural del elemento es necesario conocer los mecanismos de formación y propagación de fisuras, ya que los modelos de cálculo basan sus hipótesis en estos fenómenos.

Al estudiar una viga de hormigón simple, con cuantía de acero normal, simplemente apoyada y sometida a una carga puntual, se puede decir que, al iniciar el proceso de carga del elemento, el comportamiento de la pieza es esencialmente elástico y toda la sección contribuye a resistir el momento exterior. Cuando la tensión en la fibra más esforzada excede la resistencia del hormigón a la tracción, aparece la primera fisura. A partir de este punto se puede considerar que el comportamiento del elemento ya no es elástico y las deformaciones ya no son proporcionales a la carga y se considera que en la zona fisurada el acero de refuerzo toma prácticamente toda la tracción. Por lo general esta primera fisura es más o menos vertical (perpendicular a las tensiones de tracción) y se forma en la

zona donde el momento flexionante es máximo y la cortante es mínima (ver Fig. 1a). A medida que continua el proceso de carga estas fisuras aumentan en número, longitud y abertura y aparecen más o menos alineadas unas con otras.

Como se puede observar en la Fig. 1b, al continuar incrementando la carga, las fisuras se van formando lejos de la zona de momento máximo y van apareciendo en la zona donde el cortante va aumentando, las fisuras siguen siendo normales a las tensiones de tracción.

Al continuar la propagación de fisuras, estas dejan de ser paralelas a la dirección de aplicación de la carga y en esta fase inicia el deslizamiento de las dos superficies de la fisura. Un mayor aumento de carga hace crecer la fisura principal hasta la zona de compresión hasta que se produce la falla, generalmente dúctil (ver Fig. 1c).

Otro mecanismo de falla que se puede presentar en vigas de hormigón con características diferentes en dimensiones y refuerzo es la aparición de una fisura secundaria que atraviesa las primeras fisuras por flexión (ver Fig. 1d). Este tipo de falla es frágil pues es repentina e inestable.

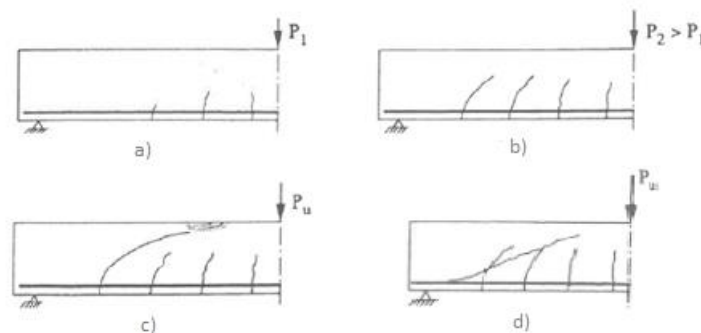


Fig. 1 Proceso de fisuración de una viga de hormigón reforzado, simplemente apoyada y sometida a flexión

En el punto en donde inicia el deslizamiento de las superficies de la fisura entrarían en acción los mecanismos resistentes al cortante y que contrarrestan la abertura de la fisura aportados por las fibras de acero, el engranaje de áridos y el efecto pasador del refuerzo longitudinal. Estos mecanismos se explican en el Capítulo 3.

“Cuando se agregan fibras al hormigón sus propiedades mecánicas cambian, sin embargo, sus propiedades elásticas y la resistencia a la compresión no se ven afectadas significativamente por las fibras” [5]. Una de las propiedades más beneficiadas por la adición de fibras al hormigón es la de disipación de energía en

la fisuración del hormigón. Es por esto que la mayoría de los reglamentos actuales basan el diseño estructural de elementos de HRFA en el comportamiento post fisuración de este material.

El ensayo empleado para caracterizar el comportamiento post fisuración dependerá de la norma empleada, en este documento los modelos de resistencia a cortante obtienen los parámetros necesarios para el cálculo, de un ensayo de flexión de tres puntos en una viga con entalla, sin embargo, en el apartado 2.1.4 se mencionan otros ensayos para la caracterización de este comportamiento. En un principio, RILEM TC 162-DF recomendó un procedimiento preciso para excluir la energía debida a la fisuración de la matriz de la energía total absorbida por un HRFA. Además, planteo el uso de dos límites de deflexión para evaluar los parámetros equivalentes de resistencia a la tracción, uno para ser usado en el diseño de Estados Limite de Servicio ($f_{eq,2}$) y otro para ser usado en el diseño de Estados Limite Últimos ($f_{eq,3}$). Este concepto es una función de la energía disipada hasta una deflexión dada. En la actualidad, RILEM TC 162-DF propone la sustitución de (f_{eq}) por el concepto de resistencia residual a la tracción (f_R) que proporciona el esfuerzo para distintas deflexiones o aberturas de fisuras (w). Aunque este último concepto tiene la ventaja de ser más fácil de evaluar, es más susceptible a irregularidades de la relación fuerza-deflexión registrados en los ensayos [6].

La resistencia residual a tracción de cálculo del hormigón ($f_{R,1,d}$ y $f_{R,3,d}$) es el valor de la resistencia característica del proyecto ($f_{R,1,k}$ y $f_{R,3,k}$), dividido por un coeficiente parcial de seguridad.

Se puede decir que las fibras tienen un comportamiento estructural cuando proporcionan una mayor energía de rotura al hormigón en masa, de manea que la resistencia característica residual a tracción por flexión ($f_{R,1,k}$) no sea inferior al 40% del límite de proporcionalidad y ($f_{R,3,k}$) no sea inferior al 20% del límite de proporcionalidad. Se considera que su comportamiento es no estructural cuando las fibras suponen una mejora en determinadas propiedades por ejemplo el control de fisuración por retracción, incremento a la resistencia al fuego, abrasión, impacto y otros.

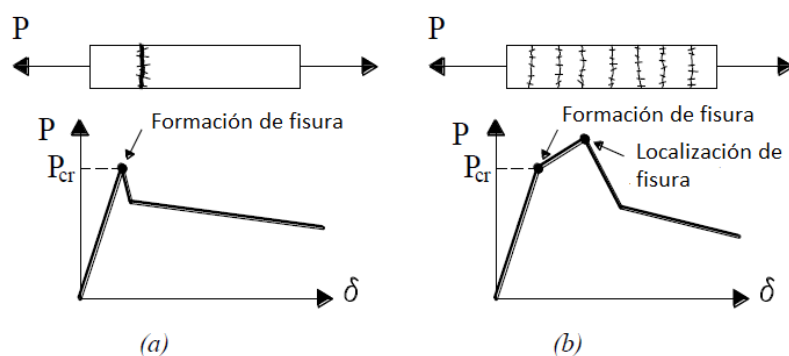


Fig. 2 Comportamiento de ablandamiento (a) y endurecimiento (b) en tensión uniaxial [5]

Dependiendo de su composición, el HRFA puede mostrar comportamiento de ablandamiento o endurecimiento bajo tensión uniaxial. En la Fig. 2(a) se puede observar el comportamiento de ablandamiento en el hormigón reforzado con fibras de acero, en donde las deformaciones se localizan en una sola fisura que se genera una vez que se alcanza la carga crítica, en este punto el elemento deja de soportar carga y su deformación es mayor. En la Fig. 2(b) se observa que en el comportamiento de endurecimiento se generan múltiples fisuras antes de alcanzar el valor pico.

Las fibras mejoran la ductilidad del hormigón bajo todos los modos de carga, pero su efectividad en mejorar la resistencia depende del estado tensionante (cortante, momento, axial) que se estudie. En compresión, la resistencia última es muy poco afectada por la presencia de fibras. Las fibras pueden reducir la fragilidad del hormigón en compresión, especialmente en concretos de alta o ultra alta resistencia.

En cuanto a tracción directa la mejoría en la resistencia es más significativa, siendo el incremento en la resistencia a flexión mayor que las 2 anteriores debido a que el comportamiento dúctil del HRFA altera la distribución elástica normal de los esfuerzos y las deformaciones en la profundidad del elemento.

En cuanto a resistencia a cortante se refiere, existen pocos datos que traten la resistencia a cortante de elementos únicamente de HRFA, sin embargo, existen mucha bibliografía disponible de elementos de HRFA reforzado con barras longitudinales de acero, de donde se concluye que las fibras de acero generalmente incrementan la resistencia a cortante.

El uso de fibras de acero para aumentar el refuerzo o reemplazar los estribos verticales en vigas generan varias ventajas potenciales [2] :

- La distribución aleatoria de las fibras en todo el volumen de hormigón a un espacio más cercano es práctico para las barras de refuerzo más pequeñas las cuales pueden conducir a fisuración distribuida con tamaño de fisura reducido.
- La resistencia a tracción de la primera fisura y la resistencia a tracción última pueden ser incrementadas por las fibras
- La resistencia a la fricción por cortante es aumentada por la resistencia a la extracción y por las fibras uniendo fisuras.

2.1.4 Métodos de ensayo

En base a lo anterior es necesario caracterizar el comportamiento post fisuración del HRFA para determinar los parámetros necesarios que nos servirán para el cálculo de las propiedades mecánicas de los elementos HRFA. Los ensayos más usados para determinar estas propiedades son:

- Ensayo uniaxial de tensión o ensayo directo a tensión
- Ensayo a flexión, que tiene 2 variantes: ensayo de flexión de 3 puntos y ensayo de flexión de 4 puntos, 3PBT Y 4PBT respectivamente por sus siglas en ingles.

En cuanto al comportamiento a compresión "Las pruebas de tracción uniaxial no son recomendadas para las pruebas estándar de nuevas mezclas ya que las pruebas de tensión son difíciles de llevar a cabo y de interpretar. Para el comportamiento a compresión se consideran que las relaciones en hormigón simple son aplicables también para el HRF" [5]. El ensayo uniaxial es el método más directo para obtener la respuesta a tensión, sin embargo, hay que considerar que su ejecución es complicada y valorar la confiabilidad de los resultados en casos dados.

Para el comportamiento a tensión, que es el aspecto más importante de HRF, de acuerdo al MC2010 [5], se pueden realizar pruebas de flexión con el objetivo de determinar la relación carga-deflexión. Los resultados pueden ser usados para derivar las relaciones esfuerzo-ancho de fisura por análisis inverso, realizando cálculos de equilibrio para diferentes aberturas de fisura. Las variables que se

extraen de estos ensayos son la carga máxima, deflexión de la viga y la abertura de fisura.

La tenacidad es la medida de la capacidad de absorción de energía de un material y es utilizada para caracterizar la aptitud para resistir fracturas cuando es sometido a esfuerzos estáticos o dinámicos de impacto. Sirve para evaluar la respuesta después de la fisuración y se puede calcular como el área bajo la curva carga-deformación.

A continuación, se enuncian algunos de los ensayos contenidos en los códigos y normativas europeas y americanas. Se puede ver un resumen de las dimensiones y el arreglo de los ensayos en la Tabla 2.

2.1.4.1 UNE 83515. Hormigones con fibras. Determinación de la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción. Método Barcelona

Este método determina la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción del hormigón reforzado con fibras mediante un ensayo de doble punzonamiento [7].

En este ensayo el espécimen es colocado entre dos punzones cilíndricos de acero de 37.5 mm de diámetro, que se disponen concéntricamente por arriba y por debajo de la probeta y transmiten la carga aplicada por los platos de la prensa.

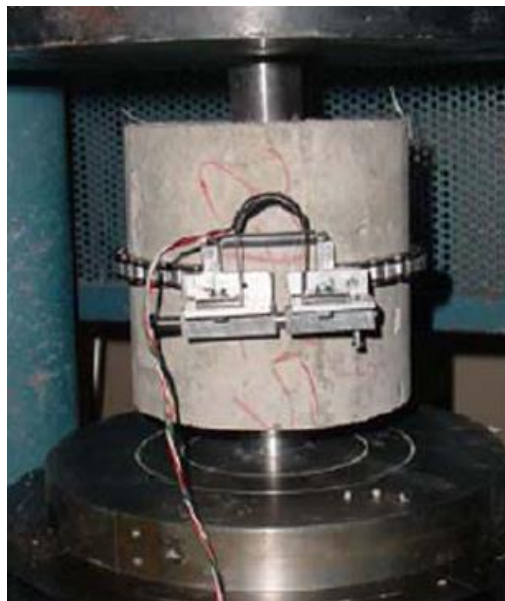


Fig. 3 Arreglo para el ensayo Barcelona [8]

Normalmente la muestra ensayada es una probeta cilíndrica con diámetro y alturas idénticas ($2b/2h = 1$) por lo común se usan valores de 150 mm , y la relación entre el diámetro de los punzones y la muestra es de un cuarto ($2a/2b$). El mecanismo de falla presentado en este ensayo es comúnmente de 3 fisuras radiales, pero no es extraño encontrar casos de 4 fisuras radiales [8]. Este método es controlado al medir la abertura total de la fisura con un extensómetro circular colocado a la mitad de la altura del espécimen (ver Fig. 3).

2.1.4.2 Método RILEM TC 162-TDF. Métodos de prueba y diseño para hormigón reforzado con fibra de acero: prueba de flexión

Este método evalúa el comportamiento a tracción del concreto reforzado con fibras de acero, ya sea en términos de áreas bajo la curva carga-deflexión o por la capacidad de carga a una cierta deflexión o a un desplazamiento de la apertura de boca de la fisura obtenida al ensayar a una viga con entalla simplemente apoyada bajo tres puntos de carga.

El método se usa para la determinación del límite de proporcionalidad LOP y para determinar un conjunto de valores de resistencia residual a la tracción que identifican el comportamiento del material a una deflexión seleccionada. Es necesario medir la deflexión en el centro del claro de la viga, sin embargo, la abertura de fisura es opcional [9].

Las muestras de prueba deben de ser vigas de concreto con sección transversal de $150\text{ mm} \times 150\text{ mm}$ y una longitud mínima de 550 mm . La forma y le tamaño especificados de los especímenes de prueba son adecuados para concreto con tamaño máximo de agregado de 32 mm y/o fibras metálicas de no más de 60 mm . La entalla debe de realizarse con sierra y su anchura debe estar entre $2\text{ y }3\text{ mm}$, siendo la profundidad de $25\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$. El uso de muestras con entalla requiere de una atención especial en la interpretación de resultados, ya que la entalla genera concentración de tensiones, sin embargo, le uso de entalla evita problemas que podrían surgir al determinar la respuesta post pico en flexión. Una de Las ventajas de usar una viga con entalla es que la fisura se formara en posición predefinida y no en la sección más débil.

2.1.4.3 EN 14651. Método de prueba para hormigón con fibra metálica – Medición de la resistencia a la flexión (Límite de proporcionalidad LOP residual)

Es la versión del ensayo a flexión de una viga bajo 3 puntos de carga de la Norma Europea. Este ensayo al igual que el publicado en RILEM sirve para medir la resistencia a flexión de especímenes de hormigón reforzado con fibras de acero.

El principio en el cual se basa este método es que el comportamiento a tensión de las fibras metálicas es evaluado en términos de la resistencia residual a tracción, valores que son determinados de la curva carga-abertura de fisura o de la curva carga-deformación obtenida al aplicar una carga puntual central en una muestra con entalla (ver Fig. 4) que cumpla con EN 12390-1. El cual debe de tener forma prismática, con un ancho y altura de 150 mm y una longitud entre 550 mm y 700 mm . Este método está propuesto para fibras de longitud no mayor a 60 mm .

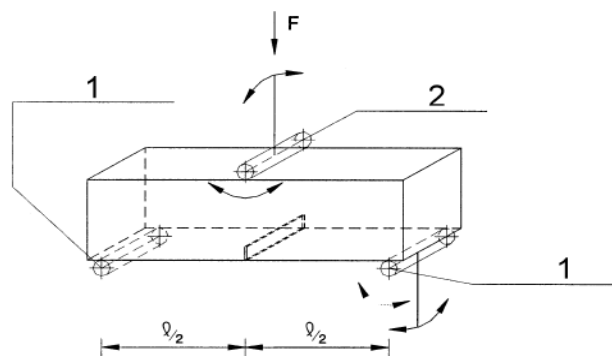


Fig. 4 Ensayo a flexión de tres puntos. 1) Rodillo de apoyo 2) Rodillo de carga [10]

El método proporciona:

- Determinación del límite de proporcionalidad (LPO por sus siglas en inglés).
- Resistencia a la flexión residual.

Estas propiedades mecánicas se explicarán con más detalle en el apartado 5.2.1.2

2.1.4.4 ASTM C1609M. Método de prueba estándar para el rendimiento a flexión de hormigón reforzado con fibras.

A diferencia de los ensayos publicados en RILEM TC 162-TDF [9] y EN 14651 [10], este método se trata de un ensayo a flexión en una viga sometida a cargas en el tercio del claro. La mitad de la carga es aplicada a cada tercio de la longitud del claro. En resumen, esta prueba evalúa el comportamiento a flexión del hormigón

reforzado con fibras usando parámetros derivados de la curva carga-deflexión obtenida al ensayar una viga simplemente apoyada con una carga puntual en el centro luz de la viga. Mediante la prueba se proporciona la determinación de las cargas máximas y sus correspondientes tensiones, las cargas residuales a determinadas deflexiones y sus correspondientes resistencias residuales a la tracción.

En este ensayo se pueden utilizar 2 tamaños diferentes de muestra. El primero con una sección transversal de $100 \times 100 \text{ mm}$ ensayado en una viga con claro de 350 mm , o una muestra de sección transversal de $150 \times 150 \text{ mm}$ ensayada en un claro de 450 mm , aunque no se cierra a la posibilidad de utilizar medidas diferentes en las muestras.

Para determinar el primer pico, y las resistencias residuales y resistencias pico, se debe de sustituir la respectiva carga en la formula del módulo de ruptura:

$$f = \frac{PL}{bd^2} \quad (1)$$

Donde:

f resistencia en MPa

P carga, en N

L longitud del claro, en mm

b el espesor promedio de la muestra en la fractura, en mm

d el peralte promedio de la muestra en la fractura, en mm

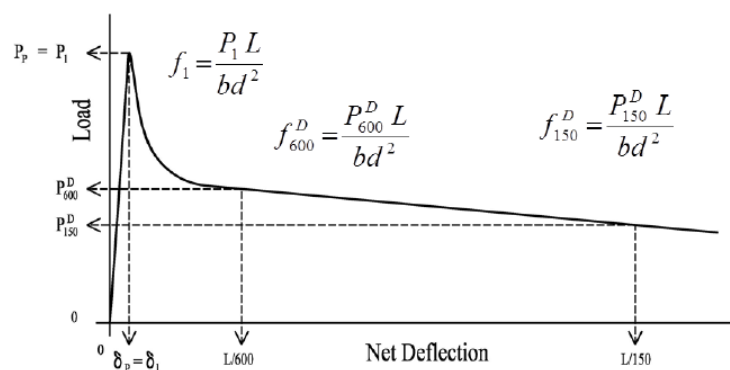


Fig. 5 Valores de cargas a determinadas deflexiones [11]

2.1.4.5 ASTM C1550-10a. Método de prueba estándar para la resistencia a la flexión del hormigón reforzado con fibras.

Este método de prueba cubre la determinación de la resistencia a la flexión del hormigón reforzado con fibras expresado como absorción de energía en el rango posterior a la fisuración utilizando un panel redondo apoyado en tres pivotes dispuestos simétricamente y sometidos a una carga central puntual. El rendimiento de las muestras probadas por este método se cuantifica en términos de la energía absorbida entre el inicio de la carga y los valores seleccionados de la desviación central (ver Fig. 6).

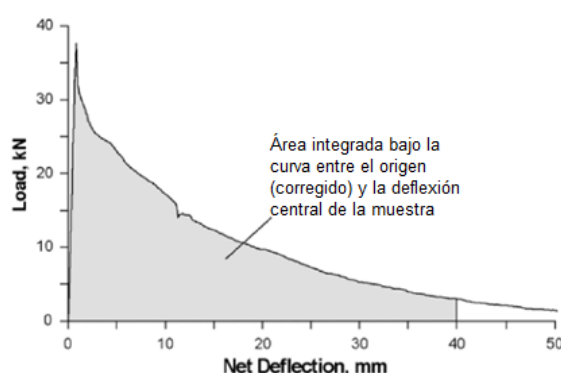
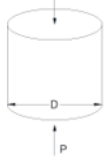


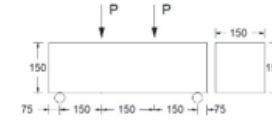
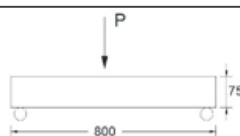


Fig. 6 Área integrada bajo la curva carga-deflexión de la red para obtener energía de absorción [12]

La muestra ensayada es un panel redondo de 800 mm de diámetro y 75 mm de espesor. Experimenta deformación biaxial que expone un modo de falla cercano al comportamiento in situ de las estructuras.

Tabla 2 Ensayos para la caracterización de las propiedades mecánicas del hormigón reforzado con fibras

Prueba	Dimensiones	Arreglo	Datos obtenidos
Método Barcelona (UNE 83515)	$D=150\text{mm}$ $H=150\text{mm}$		<ul style="list-style-type: none"> Resistencia residual a tracción Tenacidad Resistencia a fisuración
Ensayo a flexión de viga con carga centrada	$b=150$ $h=150$ $L \geq 550$		<ul style="list-style-type: none"> LOP Resistencia a la flexión residual Curva carga-

(RILEM TC 162-TDF)			deformación – Curva carga-CMOD – Máxima deflexión en el centro luz de la viga
Ensayo a flexión de viga con carga centrada <u>==</u> (EN 14651:2005)	$b=150$ $h=150$ $550 \leq L \leq 750$		– LOP – Resistencia a la flexión residual – Curva carga-deformación – Curva carga-CMOD – Máxima deflexión en el centro luz de la viga
Ensayo a flexión de 4 puntos <u>==</u> (ASTM C1609M)	$b=100$ $h=100$ $L_s=350$ $b=150$ $h=150$ $L_s=500$		– Resistencia a la flexión equivalente – Resistencia residual – Tenacidad (área bajo la curva carga-deformación)
Ensayo a flexión en panel (ASTM C1550-10ª)	$e=75$ mm $\phi=800$ mm		– Resistencia a flexión

3. RESISTENCIA A CORTANTE

A lo largo de los años, investigadores alrededor del mundo han publicado diversas teorías de la resistencia a cortante en miembros de hormigón reforzado. Ninguna puede considerarse como definitiva ya que ninguna incluye en sus formulaciones la totalidad de las variables que influyen en la resistencia a cortante porque resultarían ecuaciones demasiado complejas y poco prácticas. Estas variables son la sección transversal y su variación a lo largo del elemento, la esbeltez, la disposición del refuerzo longitudinal y transversal, la adherencia entre el hormigón y el acero, el tipo de cargas y el tipo de apoyos entre otros.

Una de las primeras publicaciones que se puede encontrar sobre resistencia a cortante fue realizada en 1902 por Mörsh quien con un modelo simple de sistema de armadura en donde el concreto es la cuerda comprimida y los estribos o barras dobladas son los miembros a tensión declaró que el valor del esfuerzo cortante máximo sería $\tau = \frac{V}{b_w z'}$, donde V es la cortante de diseño, b_w es el ancho del alma y z es el brazo mecánico de flexión.

En 1964, Kani propuso en su modelo de "Dientes" una aproximación más acercada a la realidad del fenómeno físico asimilando el hormigón entre dos fisuras adyacentes al diente de un peine. Consideró que los dientes de cortante eran voladizos empotrados en la zona de compresión de la viga y cargados por el cortante horizontal proveniente de la armadura longitudinal. Más adelante el mismo Kani introdujo el efecto tamaño en el cálculo de la resistencia a cortante al demostrar que al aumentar el canto de una viga disminuía la tensión de corte de rotura.

Más tarde surgieron los modelos de bielas y tirantes que consiste en sustituir la estructura o parte de ella por una estructura de barras articuladas, generalmente plana, o en algunos casos espacial, que representa su comportamiento. Las barras

comprimidas se denominan bielas y representan la compresión del hormigón. Las barras traccionadas se denominan tirantes y representan las fuerzas de tracción de las armaduras [1].

También se desarrollaron métodos empíricos, uno de ellos es el propuesto por Zsutty en 1971, que considera la influencia de la resistencia característica del hormigón y la cantidad de armadura longitudinal, además añade un término adicional para tener en cuenta el efecto tamaño y además esta ecuación incluye el factor de seguridad del material del hormigón 0.12, que deberá sustituirse por 0.15 si no se tiene en cuenta el efecto tamaño.
$$\frac{V_{cu}}{bd} = 0.12 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \left(\frac{3d}{a_s} \right)^{\frac{1}{3}} (100\rho_s f_{ck})^{\frac{1}{3}}.$$

Posteriormente se han expuesto un gran número de modelos de mecánica de fractura, dos de los más conocidos son el Modelo de la Fisura Crítica ("Fictitious crack model", Hillerborg et al. 1976), y el Modelo de la fisuración de bandas ("Crack band model", Bazant y Oh, 1983). También existen modelos basados en la Teoría Modificada del Campo de Compresiones (MCFT).

Los modelos mencionados anteriormente pretenden idealizar el fenómeno físico del comportamiento a cortante y encontrar la carga última que puede soportar el elemento un instante antes de llegar a la falla. Se dice que cuando un miembro de hormigón falla por cortante, la fisura que anteriormente era una fisura por flexión cercana al eje neutro de flexión de la sección se convierte en la fisura principal por cortante, en donde los esfuerzos se concentran a medida que se incrementa la carga. Al continuar aumentando la carga aparece una segunda rama de la fisura que conecta a la fisura principal con el punto de aplicación de carga, por lo cual se produce la falla.

En la actualidad es bien aceptado que en miembros de hormigón reforzado la resistencia a cortante se da por la contribución de mecanismos que transfieren la fuerza cortante entre las dos caras de la zona fisurada del elemento. En 1976, en el informe del ASCE-ACI Comité 426, presentó 4 mecanismos de resistencia a cortante: cortante resistida en la zona de compresión no fisurada, fuerzas de fricción, efecto pasador y efecto arco. En 1998 este mismo comité presentó un quinto mecanismo llamado tensiones de tracciones residuales. Campana et al. 2013 [13] han demostrado que las contribuciones relativas de los distintos mecanismos varían con el incremento de carga. A continuación, se describen los diferentes mecanismos identificados.

- Cortante resistida en la zona de compresión no fisurada. Este efecto se desarrolla en la zona superior de los elementos a flexión a la que no llegan las fisuras. En esta zona se generan tensiones tangenciales que contribuyen a resistir el cortante.
- Fuerzas de fricción. Desarrolladas en las zonas de hormigón entre dos fisuras de flexión, estas fuerzas son contrarias al desplazamiento relativo entre las dos superficies de fisuramiento y dependen de la fracción de árido grueso y del canto útil de la viga. También conocido como engranamiento de áridos.
- Efecto pasador. La biela o zona de hormigón entre dos fisuras de flexión se encuentra rigidizada por la propia armadura longitudinal del elemento y se hace una analogía a un pasador de un cerrojo, ya que la atraviesa y la cose oponiéndose a su deformación mediante fuerzas rasantes. El cortante máximo que puede transmitir está limitado por la resistencia a tracción del hormigón del recubrimiento, por lo que en vigas con gran cantidad de acero longitudinal este efecto puede ser significativo.
- Efecto arco. Este efecto depende de la relación entre el canto y la luz de la viga, está fuertemente condicionado por la capacidad de la armadura longitudinal que llega al apoyo y actúa como tirante del arco.
- Las tensiones residuales de tracción entre fisuras. Cuando el hormigón fisura, se forman pequeños puentes de hormigón entre las superficies que continúan transmitiendo tensiones de tracción hasta anchos de fisura en el rango de 0.05 – 0.15 *mm*.

Cabe mencionar que un mecanismo más de resistencia a cortante es la aportación de la cortante resistida por la armadura del refuerzo transversal, si es que esta existe.

Las acciones de resistencia a cortante explicadas en este apartado se desarrollan únicamente en hormigón reforzado con armadura tradicional. Para considerar la adición de fibras de acero en el cálculo de la resistencia a cortante del hormigón, se han desarrollado diferentes modelos empíricos y mecánicos, un ejemplo de este último es la extensión para fibras de acero del Compression Chord Capacity Model, objeto de estudio en este documento, que propone que la resistencia total a cortante de elementos sin refuerzo transversal es la suma directa de la resistencia del concreto y la contribución de las fibras. En el siguiente apartado se describe el CCCM y los diferentes modelos que servirán para la validación del modelo estudiado.

3.1 Modelos para el calculo

Gracias a los estudios realizados en el tema, existen diferentes modelos analíticos y mecánicos para calcular la capacidad a cortante de elementos de hormigón reforzado, sin embargo, al hablar de fibras, la mayoría de modelos propuestos deben de ser re planteados para considerar la adición de las fibras en la matriz de concreto, ya que estas influyen considerablemente el comportamiento y la resistencia a cortante [5].

A pesar de que en los últimos años se han publicado diferentes modelos para el cálculo de la resistencia a cortante en miembros de hormigón armado reforzado con fibras sin refuerzo transversal, como los mostrados en la Tabla 3, al adaptarlos específicamente a fibras de acero no existía aceptación unánime debido a que las ecuaciones están basadas en diferentes modelos constitutivos. Como menciona Blanco 2013 [14], la iniciativa de llegar a un acuerdo fue tomada por el Grupo Técnico fib TG 8.3 Fiber Reinforced Concrete incluido en el Model Code 2010 [5] y más tarde por Eurocodigo 2. Otros modelos de resistencia a cortante son los incluidos en las normativas RILEM [9] y el Anejo 14 de la normativa española [1].

Tabla 3 Modelos de resistencia a cortante para vigas de HRF sin refuerzo transversal [15] y [16]

Autor	Modelo
R. Narayan Swamy, R. Jones y Andy T.P. Chiam	$V_{tot} = V_w + V_c$ $V_w = 0.9 \cdot \sigma_{cu} \cdot b_w \cdot d$ $V_c = 3.75 \cdot \tau_r \cdot b_w \cdot d$ $\sigma_{cu} = 0.41 \cdot \tau \cdot \frac{I_f}{d_f} \cdot V_f \text{ for } I_f < I_c$ $\sigma_{cu} = 0.41 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{fu}}{4\tau} \cdot \frac{d_f}{I_f}\right) \cdot \sigma_{fu} \cdot V_f \text{ for } I_f > I_c$
Swamy et al. (1985)	$v_u = 0.517 + 0.283 \cdot \sigma_{cu}$ donde σ_{cu} = resistencia a flexión del hormigón
Sharma (1986)	$v_{uf} = k \cdot f_t \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{0.25}$ $k = 1$ si f_{ct} es obtenido por ensayo directo de tensión; $k = 2/3$ si f_{ct} es obtenido por ensayo indirecto de tensión; $k = 4/9$ si f_{ct} es obtenido usando el módulo de rotura
Mansur et al. (1986)	$\tau_{cf} = \left(0.16f_c + 17.2 \frac{\rho_{s1} V d}{M_u}\right) + 0.41 \left(\tau_{bf} V_f \frac{L_f}{D_f}\right)$
Kaushik et al. (1987)	$V_f = 0.24 \cdot U \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{(\rho_f \cdot I_f)}$ donde U = esfuerzo ultimo de unión fibra – matriz

Narayanan; Darwish (1987)	$\tau_{cf} = e \left[0.24 f_{ct, cp} + 80 \rho_{s1} \frac{d}{a} \right] + 0.41 \tau_{bf} F$ $e = 1 \text{ si } a/d > 2.8$ $e = 2.8 d/a \text{ si } a/d \leq 2.8$
Al-Ta'an et al. (1990)	$v_{uc} = (10 \rho f'_c d/a_s)^{1/3} \quad a_s/d > 2.5$ $v_{uc} = (160 \rho f'_c)^{1/3} \cdot (d/a_s)^{4/3} \quad a_s/d > 2.5$ $v_{uf} = \sigma_{cu} \cdot \frac{(h-c)}{d} = 0.5 \tau \cdot v_f \cdot \frac{I_f}{d_f} \cdot \frac{(h-c)}{d}$ $v_u = v_{uc} + v_{uf}$
Modificación de la ec. ACI Por Ashour et al. (1992)	$v_u = (0.7 \cdot \sqrt{f'_c} + 7 \cdot F) \cdot \frac{d}{a} + 17.2 \cdot \rho_{sl} \cdot \frac{d}{a}$
Modificación de la ec. de Zsutty Por Ashour et al. (1992)	<p>para $a/d > 2.5$</p> $v_u = (2.11 \cdot \sqrt[3]{f'_c} + 7F) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}}$ <p>para $a/d < 2.5$</p> $v_u = (2.11 \cdot \sqrt[3]{f'_c} + 7F) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2.5d}{a} + v_b \cdot \left(2.5 - \frac{a}{d} \right)$
Saluja et al. (1992)	$V_u = [0.504 \sqrt{f'_c} + (176 \cdot p_w \cdot d)/(M/V) + \sigma_{tu}] \cdot bd$ <p>donde</p> <p>f'_c = resistencia a la compresión del cilindro de PC</p> <p>σ_{tu} = resistencia última de tracción de las fibras</p>
Li et al. (1992)	$\tau_{cf} = 1.25 + 4.68 \left[(f_{ct, f} f_{ct, sp})^{3/4} \left(\rho_{sl} \frac{d}{a} \right)^{1/3} d^{-1/3} \right]$ <p>si $a/d \geq 2.5$</p>
Swamy et al. (1993)	$\tau_{cf} = 0.41 \tau_{bf} \frac{L_f}{D_f} V_f, \quad \text{con } \tau_{bf} = 4.04 \text{ MPa}$
Shin et al. (1994)	<p>para $a/d < 3$</p> $\tau_{cf} = 0.22 \cdot f_{sp} + 217 \cdot \rho \cdot \frac{d}{a} + 0.834 \cdot v_b$ <p>para $a/d > 3$</p> $\tau_{cf} = 0.19 \cdot f_{sp} + 93 \cdot \rho \cdot \frac{d}{a} + 0.834 \cdot v_b$
Iman et al. (1994)	$\tau_{cf} = 0.7 \zeta \sqrt[3]{\rho} \left[f_c^{0.44} (1 + F^{0.33}) + 870 \sqrt{\frac{\rho_{sl}}{(a/d)^5}} \right]$ $\text{con } \zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + d/(25d_a)}}$
Iman et al. (1995)	$\tau_{cf} = 0.6 \psi \sqrt[3]{\omega} \left[f_c^{0.44} + 275 \sqrt{\frac{\omega}{(a/d)^5}} \right]$ $\text{con } \psi = \frac{\left[1 + \sqrt{\frac{5.08}{d_a}} \right]}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}} \quad \text{y } \omega = \rho(1 + 4F)$
Khuntia et al. (1999)	$\tau_{cf} = (0.167e + 0.25F) \sqrt{f'_c}$ <p>$e = 1$ si $a/d \geq 2.5$ $e = 2.5 d/a \leq 3$ para $a/d \leq 2.5$</p>

Oh et al. (1999)	$\tau_{cf} = 0.5\tau_{bf}V_f \frac{L_f}{D_f}$
Padmarajaiah Ramaswamy (2001)	$\tau_{cf} = \varsigma \left[e \left\{ 0.32 \left(\frac{\sqrt{f_{cu}}}{3} + 1.918 \frac{L_f}{D_f} V_f \right) + 75 \rho_{sl} \frac{d}{a} \right\} + \bar{g} 0.645 \tau_{bf} F \right]$ $\text{con } \zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + d/(25d_a)}}$ $e = 1 \text{ para } a/d > 2.8$ $e = 2.8 \text{ para } a/d \leq 2.8$ $e = 1.5 \text{ para } a/d \leq 1$ $\bar{g} = 1 \text{ para } a/d > 2.8 \quad \bar{g} = 1.3 \text{ para } a/d \leq 2.8$
Kwak et al. (2002)	$v_u = 3.7 e f_{spfc}^{2/3} \cdot \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0.8 v_b$ $v_b = 0.41 \tau F$ $e = \begin{cases} 1 & \text{for } a/d > 3.4 \\ 3.4 \frac{d}{a} & \text{for } a/d < 3.4 \end{cases}$
Hanai et al. (2008)	$V_u = [0.325 \cdot (0.15V + 0.51f_f) \cdot \sqrt{f_c} bd] / 10$
Ding et al. (2011)	$v_{uf} = \xi \left[0.97 \rho_s^{0.46} f'_c{}^{1/2} + 0.2 \rho_s^{0.91} f'_c{}^{0.38} f_{yl}{}^{0.96} \left(\frac{a}{d} \right)^{-2.33} \right]$ $+ 1.751 I_b \rho_{st} f_{yst} + 0.5 \tau V_f \frac{I_f}{d_f} ct g \alpha$
Slater et al. (2012)	$\tau_{cf} = 1 + \frac{9}{100} f_c + \frac{3}{2} f_c \rho_{cl} - 7.4 \times 10^{-4} f_c \frac{L_f}{D_f} - 136 \rho_{sl} \frac{a}{d} + \frac{11}{5} \rho_{sl} \frac{L_f}{D_f}$ $+ 2F$ $\text{para } a/d < 3 \text{ y } f_c > 50 \text{ MPa}$

Las ecuaciones semi empíricas mostradas en la Tabla 3, son una compilación de los trabajos de investigación presentados en el artículo "Shear strength of Steel fiber reinforced concrete beams" de Lima et al. 2014 [16] y de la Tesis "Shear capacity of Steel fibre reinforced concrete beams without conventional shear reinforcement" de Mondo 2011 [15]. No se ahondará más en estas ecuaciones presentadas a excepción del modelo propuesto por Narayanan y Darwish que se explicara en el apartado 3.1.1, únicamente se enuncian las ecuaciones para hacer notar el trabajo de diferentes investigadores alrededor del mundo y su aportación al campo de la resistencia a cortante en elementos de HRFA.

En los apartados 3.1.1 al 3.1.4 se describen los modelos que se utilizaran para la validación del modelo propuesto en el DECA, el primero es el de Narayanan y Darwish, cuyo modelo publicado en 1987 fue uno de los más utilizados en años posteriores a su divulgación por ser considerado como una de las mejores alternativas para la comparación de datos publicados como menciona Mondo en 2011 [15]. El segundo y tercer modelo para la validación corresponden a las ecuaciones propuestas en los códigos MC2010 [5] y en el Anejo 14 de la EHE-08

[1], se menciona también la ecuación mostrada en RILEM TC162-TDF [9] que como se podrá ver hace las mismas consideraciones que la EHE-08 para la obtención de la resistencia a cortante en vigas de hormigón reforzado con fibras, por lo que únicamente se hará mención, pero no se utilizará para la validación. En el apartado 3.2 se aborda la extensión del MCCC que es el Modelo objeto de estudio de esta Tesis.

Los modelos propuestos en MC2010, EHE-08 y RILEM TC 162-TDF son modelos constitutivos basados en ecuaciones discontinuas y en un enfoque indirecto ya que los parámetros en los que están basados se deben definir a partir de datos experimentales. Unos modelos están basados en las curvas de esfuerzo-deformación ($\sigma - \varepsilon$) y otros modelos se encuentran en términos de las curvas esfuerzos-anchos de fisura ($\sigma - w$), además de que se observa una tendencia hacia el uso de resistencias residuales a flexión (f_{eq}) en lugar de resistencias equivalentes a la flexión (f_R) [14].

3.1.1 Narayanan y Darwish

Modelo publicado por primera vez en 1987 en el ACI Structural Journal, May-June 1987, en el artículo "Use of Steel fibers as shear reinforcement" por R. Narayanan y I. Y. S. Darwish. El propósito de esta investigación fue estudiar el comportamiento de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero sujetas predominantemente a cortante. El trabajo de su investigación dio como resultado ecuaciones semi empíricas para ser empleadas con propósito de diseño.

Estas ecuaciones se sugieren para evaluar la resistencia a fisuración por cortante y la resistencia última a cortante de vigas de hormigón reforzado con fibras. En esta publicación, Narayanan y Darwish registraron que la fuerza cortante resistida por una viga podía estar dada por: $V = V_a + V_b + V_c + V_d$ en donde V_a es el componente vertical de la fuerza de entrelazado de agregado a través de la fisura, V_b es el componente vertical de las fuerzas de extracción de las fibras a lo largo de la fisura, V_c es la cortante resistida en la zona de compresión y V_d es el refuerzo transversal inducido en el refuerzo longitudinal principal a flexión debido al efecto espiga. Todos estos componentes de la resistencia a cortante se pueden observar en la Fig. 7 y serán explicados más adelante.

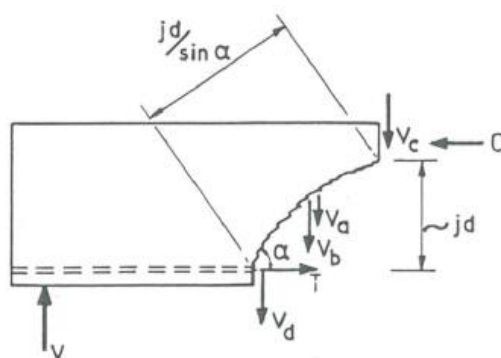


Fig. 7 Diagrama de cuerpo libre de un tramo de viga de HRF simplemente apoyada [15]

Tabla 4 Modelo de resistencia a cortante

Ecuación	Expresión
Resistencia a cortante en vigas sin refuerzo transversal	$V_t = \left[e \left(0.24 f_{ct,sp} + B' \rho_l \frac{d}{a} \right) + 0.41 \cdot \tau \cdot F \right] b_0 d \quad (2)$
Factor	Expresión
Acción del arco	$e = 1 \text{ para } \frac{a}{d} > 2.8$ $e = 2.8 \frac{d}{a} \text{ para } \frac{a}{d} \leq 2.8 \quad (3)$
Resistencia de ruptura del cilindro	$f_{ct,sp} = \frac{f_{cuf}}{(20 - \sqrt{F})} + 0.7 + 1 \cdot \sqrt{F} \quad (4)$
Factor de fibras	$F = \left(\frac{L}{D} \right) \cdot \rho_f \cdot d_f \quad (5)$

El termino e es un factor adimensional que toma en cuenta el efecto de arco y está dado por las (Ec. 3). En la (Ec. 2) 0.24 es una constante adimensional evaluada por un análisis de regresión. Debido a que la determinación de la verdadera resistencia a tracción mediante ensayos de tracción directa en hormigón con fibras no es fácil por la concentración de esfuerzos en los soportes de los equipos de ensayo, además de que los resultados se afectan por la rigidez de la máquina, la alineación, tamaño y forma de la muestra, la orientación de las fibras y otros factores que generan dispersión, Narayanan y Darwish presentaron una manera rápida y segura de estimar la resistencia de ruptura del cilindro de elementos de HRF ($f_{ct,sp}$), relacionada con la resistencia a compresión del hormigón y las fibras de refuerzo.

En esta expresión (Ec. 4), (f_{cuf}) es la resistencia a la compresión del cubo de hormigón con fibras de acero, y la ecuación también fue obtenida por regresión lineal.

τ es el esfuerzo promedio de unión interfacial de la matriz y las fibras, considerado generalmente como 4.15 MPa. El factor de las fibras F esta dado por la (Ec. 5), en donde (L/D) es la relación de aspecto de las fibras, L se refiere a la longitud de la fibra y D al diámetro equivalente de las fibras. ρ_f es la fracción volumétrica de las fibras y d_f es el factor de unión que considera las diferentes características de anclaje de las fibras. Los valores típicos son 0.5, 0.75 y 1 para fibras con extremos redondos, fibras onduladas y fibras con extremos en gancho respectivamente.

3.1.2 Ecuación de diseño de MC2010

Modelo basado en la respuesta post fisuración del hormigón reforzado con fibras de acero. El MC2010 propone dos modelos diferentes para el comportamiento a tracción del HRF: el comportamiento rígido-plástico y el comportamiento post fisuración

Para considerar la contribución de las fibras de acero a la resistencia a cortante en elementos de hormigón, se realizó una corrección de la ecuación empírica del EC-2 derivada de las formulaciones del MC2010 al modificar la relación de refuerzo longitudinal debido a un factor que incluye la rigidez de las fibras de acero [17]. Esta formulación considera la contribución de las fibras no como un anexo aparte si no como una mejora de la contribución del hormigón, además de que adoptan una resistencia ultima de tensión residual (f_{FTu}). El MC2010 sugiere estimar f_{FTu} con un modelo lineal simplificado basado en $f_{R,1}$ y $f_{R,3}$ [10] (ver Fig. 8).

El MC2010 recomendando el uso de diagramas constitutivos más avanzados para el análisis numérico (que incluyan la resistencia a la tracción de la primera fisura) como el mostrado en la Fig. 9. Para definir el diagrama ($\sigma - \varepsilon$) es necesario distinguir entre materiales con deformación por estiramiento o por endurecimiento. Se considera que un material tiene deformación por endurecimiento si muestra un comportamiento de endurecimiento en tensión hasta una deformación última $\varepsilon_{Fu} = 1\%$, de otra manera se considera como deformación por ablandamiento.

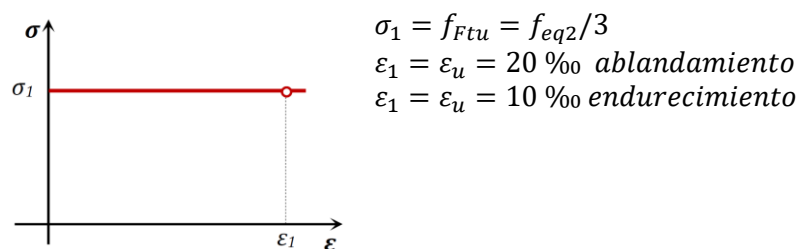


Fig. 8 Diagrama lineal [14]

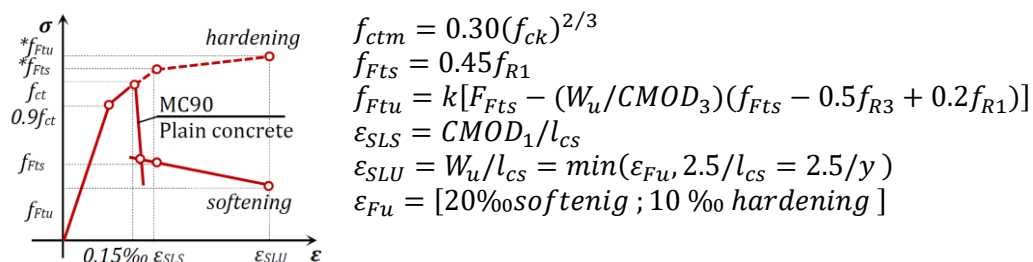


Fig. 9 Diagrama multilinear [14]

En la Tabla 5 se muestra el modelo para determinar el valor de diseño para la resistencia a cortante en miembros con refuerzo longitudinal convencional y sin refuerzo de cortante propuesto en el MC2010.

Tabla 5 Modelo de resistencia a cortante propuesto en el MC2010

Ecuación	Expresión
Resistencia a cortante en vigas sin refuerzo transversal	$V_{c,F} = \left\{ \frac{0.18}{\gamma_c} k \left[100\rho_l \left(1 + \frac{7.5f_{Ftu}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right]^{\frac{1}{3}} + 0.15\sigma_p \right\} b_0 d \quad (6)$
Factor	Expresión
Efecto de tamaño	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \text{ con } d \text{ en mm y } k \leq 2 \quad (7)$
Refuerzo longitudinal	$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_0 \cdot d} \leq 0.0 \quad (8)$
Resistencia residual a tracción	$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0.5f_{R3} + 0.2f_{R1}) \geq 0 \quad (9)$ $f_{Fts} = 0.45f_{R1}$
Esfuerzo axial medio	$\sigma_{cd} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.20f_{cd} \quad (10)$

k es un factor que toma en cuenta el efecto de tamaño; ρ_l es la relación de refuerzo longitudinal; A_{sl} es el área de refuerzo de la sección transversal que se extiende $\geq l_{bd} + d$ más allá de la sección considerada.

f_{Ftu} es el valor característico de la resistencia residual ultima para el HRF, considerando. w_u es la máxima abertura de fisura aceptada en el diseño estructural, su valor depende de la ductilidad requerida [5], en este caso se tomará $w_u = 1.5 \text{ mm}$.

f_{ctk} es el valor característico de f_{ct} (resistencia a tracción del hormigón sin fibras) en donde $f_{ctm} = 0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$ para hormigones de grado $\leq C50$; $f_{ctm} = 2.12 \ln(1 + 0.1(f_{ck} + \Delta f))$ para concretos de grado $> C50$; f_{ck} es el valor característico a compresión y $\Delta f = 8 \text{ MPa}$.

σ_p es el esfuerzo promedio en la sección transversal de hormigón A_c en mm^2 , N_{Ed} en N debido a cargas o acciones de pretensado.

En ningún caso se puede asumir la resistencia a cortante menor que el valor presentado en la Tabla 6.

Tabla 6 Resistencia mínima a cortante propuesta en MC2010

Ecuación	Expresión	
Resistencia mínima a cortante en vigas sin refuerzo de cortante	$V_{Rd,Fmin} = (v_{min} + 0.15\sigma_p)b_0d$	(11)
Factor	Expresión	
Resistencia mínima a cortante	$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$	(12)
Efecto de tamaño	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ con d en mm y $k \leq 2$	(13)

3.1.3 EHE-08

De acuerdo a la EHE-08, no es necesario realizar la comprobación del agotamiento por compresión oblicua en el alma cuando no existe refuerzo de cortante en el elemento, es por eso que el cálculo de la resistencia a cortante de la sección se hará con la determinación de V_{cu} esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma y la aportación de las fibras de hará con la expresión mostrada en la Tabla 7. Este modelo también se basa en el comportamiento post fisuramiento del hormigón reforzado con fibras sin especificar el tipo de fibra, siempre y cuando se trate de fibras estructurales.

En este código, el modelo constitutivo se puede basar en dos diferentes diagramas esfuerzo deformación ($\sigma - \epsilon$). Como regla general, para diseño de estados limite últimos se emplea un diagrama rectangular (ver Fig. 8), mientras que para casos particulares que requieran una mayor precisión de cálculo, se recomienda el diagrama bilineal simplificado (ver Fig. 10).

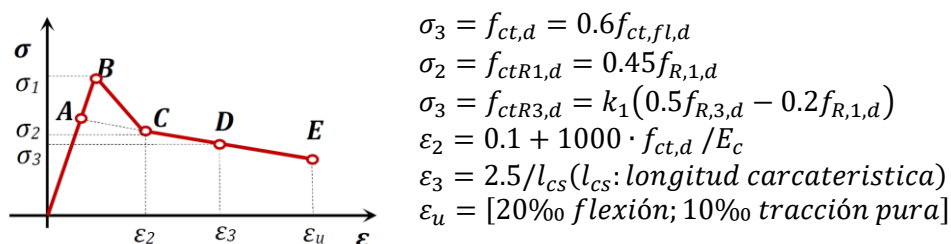


Fig. 10 Diagrama multilíneal

Tabla 7 Modelo de resistencia a cortante propuesto en EHE-08

Ecuación	Expresión	
Resistencia a esfuerzo cortante	$V_{u2} = V_{cu} + V_{fu}$	(14)
Contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante	$V_{cu} = \frac{0.18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma_{cd} b_0 d$	(15)
Contribución de las		

fibras de acero a la
resistencia a esfuerzo
cortante

$$V_{fu} = 0.7\xi\tau_{fd}b_0d \quad (16)$$

Factor	Expresión	
Efecto tamaño	$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ con d en mm y $\xi \leq 2$	(17)
Refuerzo longitudinal	$\rho_l = \frac{A_s + A_p}{b_0 \cdot d} \leq 0.02$	(18)
Esfuerzo axial medio	$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0.30f_{cd} \nlessgtr 12 \text{ MPa}$	(19)
Contribución de las alas	$k_f = 1 + n \left(\frac{h_f}{b_w} \right) \left(\frac{h_f}{d} \right)$ y $k_f \leq 1.5$ $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3$ y $n = \frac{3b_w}{h_f}$	(20)
Incremento de la resistencia a cortante debido a las fibras	$\tau_{fd} = 0.5f_{ctR,d}$	(21)

En la formulación de la contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante (Ec. 15), ξ considera el efecto de tamaño; ρ_l es la cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción pasiva y activa; f_{cv} es la resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm² de valor $f_{cv} = f_{ck}$ que a efectos de esta norma no se considerará superior a 60 N/mm²; σ_p es la tensión axial media en el alma de la sección.

La EHE-08 considera la aportación de las fibras de acero con la (Ec. 16), en donde τ_{fd} es el valor de cálculo del incremento de la resistencia a cortante debido a las fibras, ξ considera el efecto de tamaño y $f_{ctR,d}$. En el caso de secciones en T, se puede tomar en consideración la contribución de las alas a través de un coeficiente k_f calculado con la (Ec. 20).

La EHE considera como resistencia mínima a cortante la formulación expresada en la Tabla 8.

Tabla 8 Resistencia mínima a cortante propuesta en MC2010

Ecuación	Expresión
Resistencia mínima a cortante en vigas sin refuerzo de cortante	$V_{u2} = (v_{min} + 0.15\sigma_p)b_0d$ (22)
Factor	Expresión
Resistencia mínima a cortante	$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$ (23)
Efecto de tamaño	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ con d en mm y $k \leq 2$ (24)

3.1.4 RILEM TC162-TDF

La propuesta realizada por RILEM es aplicable a vigas con refuerzo de flexión convencional, para vigas pretensadas y para columnas en las que existan fuerzas axiales de compresión. En un principio, el modelo constitutivo consistía en un diagrama esfuerzo-deformación ($\sigma - \varepsilon$) trilineal en términos de la resistencia equivalente a flexión (f_{eq}). Después de diversas investigaciones se propuso un nuevo modelo constitutivo basado también en el diagrama esfuerzo deformación ($\sigma - \varepsilon$) pero ahora en términos de la resistencia residual a tracción (f_R) (ver Fig. 11), además de que se incluyó un factor de tamaño.

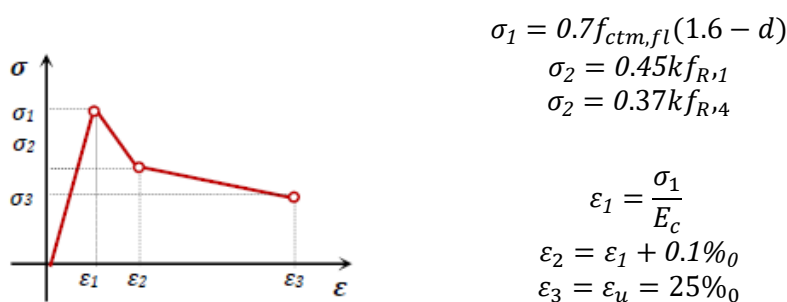


Fig. 11 Modelo constitutivo trilineal

La resistencia de diseño a cortante de una sección de una viga hormigón reforzado con fibras de acero y con refuerzo de cortante está dada por la (Ec. 25) mostrada en la Tabla 9.

Tabla 9 Modelo de resistencia a cortante propuesto en RILEM TC162-TDF

Ecuación	Expresión	
Resistencia a esfuerzo cortante	$V_{Rd,3} = V_{cd} + V_{fd} + V_{wd}$	(25)
Contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante	$V_{c,F} = \left[\frac{0.18}{\gamma_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma_p \right] b_w d$	(26)
Contribución de las fibras de acero a la resistencia a esfuerzo cortante	$V_{fu} = 0.7 k_f k_l \tau_{fd} b_0 d$	(27)
Factor	Expresión	
Efecto tamaño	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ con d en mm y $k \leq 2$	(28)
Refuerzo longitudinal	$\rho_l = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} \leq 0.02$	(29)
Esfuerzo axial medio	$\sigma_{cd} = \frac{N_{sd}}{A_c} < 0.30 f_{cd} \nlessgtr 12 \text{ MPa}$	(30)
Contribución de las alas	$k_f = 1 + n \left(\frac{h_f}{b_w} \right) \left(\frac{h_f}{d} \right)$ y $k_f \leq 1.5$ $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3$ y $n = \frac{3b_w}{h_f}$	(31)
Incremento de la resistencia a cortante debido a las fibras	$\tau_{fd} = 0.5 f_{ctR,d}$	(32)

En la resistencia a cortante del elemento sin refuerzo de cortante A_s es el área de refuerzo a tracción que se extiende no menos de "d + longitud de anclaje" más allá de la sección considerada (ver Fig. 12). En la (Ec. 30), N_{sd} es la fuerza longitudinal o de pretensado (compresión: positiva). En cuanto a la contribución del refuerzo cortante de las fibras, k_f es un factor que toma en cuenta la contribución de las alas en las secciones T.

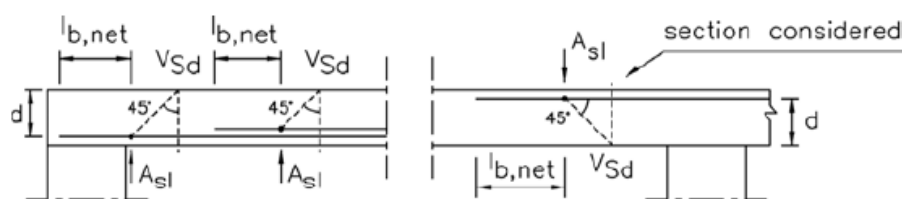


Fig. 12 Cuantía de acero para V_{cd} (Rilen Tv)

3.2 Modelo para cálculo de cortante en vigas de hormigón reforzado con fibras de acero (MCCC + Fibras)

Las ecuaciones de los modelos incluidos en los códigos de diseño, algunos de ellos mencionados anteriormente, se han obtenido de manera empírica o semi empírica por lo que pueden llegar a presentar gran dispersión cuando se comparan contra resultados experimentales, ya que dichos modelos no consideran todas las variables que interactúan en el complejo fenómeno físico que da como resultado la resistencia a la cortante de un elemento. Sin embargo, en la actualidad diferentes autores han presentado modelos numéricos detallados que han logrado caracterizar la complejidad del comportamiento a cortante en las estructuras al tomar en cuenta todos los mecanismos que contribuyen a la resistencia a cortante.

En este documento nos enfocaremos en un modelo de base mecánica para la predicción de la resistencia a flexión y cortante de vigas de hormigón reforzado con o sin estribos, desarrollado en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (DECA) de la Universidad Politécnica de Cataluña, publicado en 2014 en Structure and Infrastructure Engineering [18] como "Modelo mecánico de resistencia al corte y flexión para el diseño y evaluación de vigas de hormigón armado" el cual considera por separado las variables que contribuyen a la resistencia a cortante y que además tiene una extensión para considerar la aportación de las fibras de acero. A continuación, se describe la primera propuesta modelo, se explica la simplificación que se realizó debido a que se consideró poco práctico para el uso diario y finalmente se explica la extensión propuesta para la consideración del aporte de las fibras de acero en la resistencia a cortante del elemento.

3.2.1 Multi Action Shear Model (MASM)

En el artículo presentado por Mari et al. [18] hacen mención de diferentes modelos mecánicos propuestos para determinar la resistencia a cortante, desarrollados desde

diferentes perspectivas por lo que cada uno consideran distintos mecanismos de transmisión de cortante, con expresiones diferentes y con diferentes parámetros gobernantes. A pesar de lo anterior, las predicciones de resistencia a cortante son similares en todos los modelos y dan valores moderados de dispersión al compararse con resultados experimentales. Se llegó a la conclusión de que esto es posible debido a que dependiendo del nivel de carga que se esté analizando, diferentes mecanismos de transmisión de cortante son activados hasta que se daña el elemento y el equilibrio ya no es posible con el mecanismo considerado por lo que se activa una nueva acción de transmisión. También mencionan que estas redistribuciones pueden ser posibles debido a la naturaleza frágil del fisuramiento y es por eso que la resistencia a cortante de un elemento se puede obtener desde diferentes puntos de vista.

El modelo MASM basa su suposición principal en el estudio de la secuencia de propagación de fisuramiento de una viga sin refuerzo transversal que falla a cortante, en la cual se observa que a cierto nivel de carga antes de la falla, el ancho de la fisura crítica de cortante generado en el elemento es moderado y que se puede llevar a cabo la transferencia de cortante debido a la acción de transferencia más importante del hormigón que se trata del entrelazado de agregado y la resistencia residual a las tracciones. Al continuar con el proceso de carga, aunque el incremento no sea significativo, la fisura crítica aumenta su ancho, debido a que se debilita el alma fisurada del elemento y en consecuencia reduce su resistencia a cortante. También se puede apreciar el desarrollo de una segunda rama de la fisura crítica en la zona de compresión, esta nueva fisura continúa lo que denota resistencia. De manera más específica, las suposiciones en las que se basa este método son las siguientes:

- 1) El cortante y flexión son resistidos por las contribuciones conjuntas de la resistencia aportada por la zona de compresión no fisurada (V_c), la cortante transferida a través de las fisuras (V_w), del efecto "pasador" de la armadura longitudinal, que depende de la profundidad y de la presencia de estribos (V_l) y de la cortante resistida por el refuerzo transversal, si es que existe, que cruza la fisura crítica diagonal de cortante (V_s), estos mecanismos se pueden ver representados en la Fig. 13.

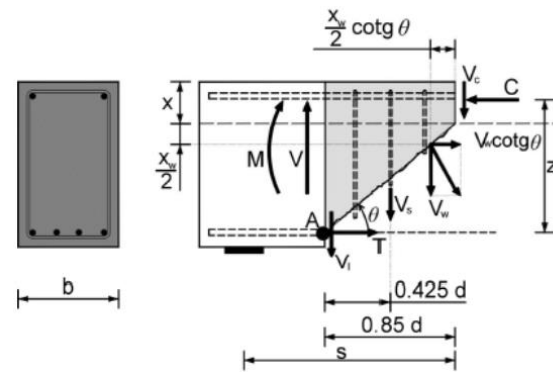


Fig. 13 Mecanismos de transferencia considerados [18]

- 2) La distribución de esfuerzos asumida a lo largo de la profundidad de la zona de compresión se muestra en la Fig. 14a: Distribución lineal de los esfuerzos longitudinales (σ_x). Fig. 14b: Distribución parabólica de los esfuerzos cortantes (τ), con $\tau = 0$ en la fibra superior y en el eje neutro y con su valor máximo en $y = x/2$. La distribución de τ teórico indica cierto valor en el eje neutro, por lo que su valor máximo se deberá encontrar más cercano al eje neutro, sin embargo la distribución asumida permite una formulación más sencilla y es muy parecida a la real, como se puede observar en la Fig. 14c: Distribución bi-lineal de los esfuerzos transversales (σ_y), siendo $\sigma_y = 0$ en la fibra superior y aumentando linealmente hasta la mitad de la zona fisurada en donde σ_y pasa a ser constante. De esta manera se está considerando que los estribos son espaciados e introducen una presión local.

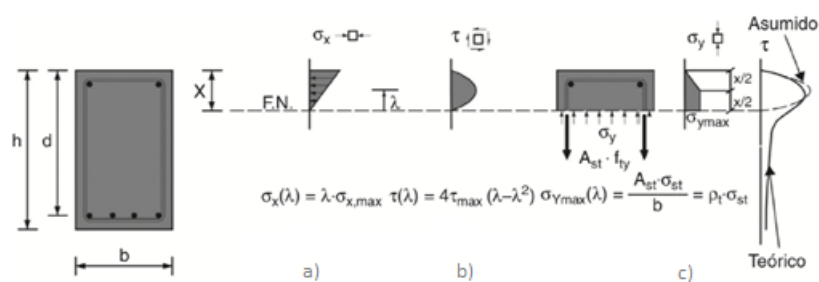


Fig. 14 Distribución de esfuerzos considerados en la zona de compresión no fisurada [18]

- 3) La profundidad de la zona no fisurada de hormigón es igual a la profundidad del eje neutro en flexión pura.
- 4) La zona no fisurada de hormigón está sometida a un estado de esfuerzos biaxiales y se considera que la falla ocurre cuando los esfuerzos principales (σ_1, σ_2) alcanzan la rama de compresión-tensión de Kupfer de la superficie

de falla (ver Fig. 15). Esta suposición está basada en la observación experimental de que cuando este fenómeno ocurre, el hormigón en la zona de compresión, sujeto a estados de tensión multiaxial, inicia con el ablandamiento, reduciendo su capacidad a medida que las fisuras se propagan.

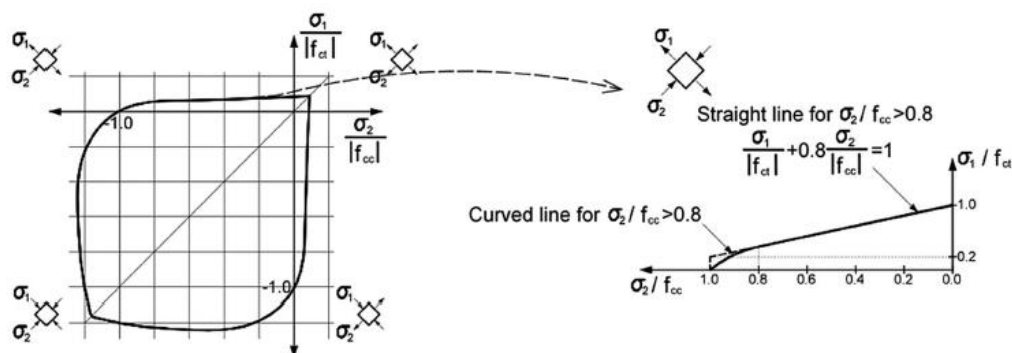


Fig. 15 Envolvente de falla adoptada para hormigón bajo estado de tensión biaxial [18]

- 5) La proyección horizontal de la fisura crítica de cortante es igual a $0.85d$ como se muestra en la fig (2arriba)
- 6) En estado límite último, los estribos fluyen, si es que existen.
- 7) El acero de refuerzo longitudinal se considera anclado efectivamente, de esta manera todo el refuerzo es efectivo en la sección crítica de cortante.

El MASM se basa en la mecánica básica del problema y propone una ecuación explícita para cada una de las acciones de transferencia de cortante. El cortante total resistida por el elemento esta dado por la (Ec. 33). A continuación, se describen cada una de las contribuciones a la resistencia.

$$V_u = (V_c + V_w + V_l) + V_s = f_{ctm} \cdot b \cdot d \cdot (v_c + v_w + v_l) + v_s \cdot f_{ctm} \cdot b \cdot d \quad (33)$$

- Contribución a la resistencia a cortante de la zona de compresión no fisurada.

Esta expresión es obtenida bajo la suposición 4) y sus parámetros se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10 Contribución a la resistencia a cortante de la zona de compresión de hormigón no fisurada

Ecuación	Expresión
Resistencia debida a la zona de compresión no fisurada	$v_c = \zeta \left\{ \left[0.88 + \left(0.20 + 0.50 \frac{b}{b_w} \right) v_s \right] \frac{x}{d} + 0.02 \right\} \frac{b_{v,eff}}{b} K_p \quad (34)$
Factor	Expresión
Efecto tamaño en la zona de compresión	$\zeta = 1.2 - 0.2a \geq 0.65; \quad a \text{ en m} \quad (35)$
Relación de profundidad del eje neutro	$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right); \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c}; \quad \rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (36)$
Ancho efectivo	$\begin{aligned} \text{si } x \leq h_f &\rightarrow b_{v,eff} = b_v = b_w + 2h_f \leq 0 \\ \text{si } x > h_f &\rightarrow b_{v,eff} = b_v \eta + b_w(1 - \eta) \\ \eta &= 3 \left(\frac{h_f}{x} \right)^2 - 2 \left(\frac{h_f}{x} \right)^3 \end{aligned} \quad (37)$
Factor de resistencia relacionado a M_{cr}	$K_p = 1 + 0.3 \frac{P \cos \alpha (x + d_s + d_p)}{f_{ctm} b d^2} \quad (38)$

- Contribución a la resistencia a cortante del alma fisurada de hormigón

Para considerar esta contribución se analiza un tramo de la viga sobre la fisura crítica de cortante. En esa zona fisurada aparecen dos tipos de esfuerzos, los residuales y los friccionantes, que son los encargados de transferir el cortante a lo largo de la fisura crítica y están relacionados con las irregularidades en 3 dimensiones de la superficie de la fisura. Las tensiones residuales de tracción son las tensiones de tracción que el hormigón puede resistir en tracción hasta un ancho de fisura máximo. Las tensiones de fricción son los que se oponen al deslizamiento entra las dos superficies de la fisura, estas tensiones disminuyen en cuando el ancho de fisura se va agrandando.

Para evaluar estas tensiones, Mari et al. [18] adoptaron un procedimiento en donde:

- 1) Se asumió que la hipótesis de la sección plana es válida para el plano de inclinación de la fisura, de aquí se obtuvo la compatibilidad de los esfuerzos normales a las fisuras.
- 2) Se consideró una relación tensión-deformación con una rama de ablandamiento lineal post-pico, en la que la deformación última de tracción ($\varepsilon_{ct,u}$) depende de la energía de fractura.
- 3) Se adoptó una relación lineal para la relación entre la resistencia residual a tracción a lo largo de la fisura y la abertura de la fisura.
- 4) La abertura de fisura es obtenida al multiplicar la tensión por deformación del concreto por el espaciamiento promedio de la fisura inclinada.

De estas suposiciones se obtiene la expresión dada en la Tabla 11.

Tabla 11 Contribución a la resistencia a cortante debida al alma fisurada

Ecuación	Expresión
Resistencia debida al alma fisurada de hormigón	$v_w = 167 \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \frac{b_w}{b} \left(1 + \frac{2G_f E_{cm}}{f_{ctm}^2 d} \right) \quad (39)$

- Contribución a la resistencia a cortante por el refuerzo longitudinal

Se puede decir que el refuerzo longitudinal sufre un pequeño desplazamiento vertical debido a la abertura de la fisura y al desplazamiento entre las dos superficies de la fisura. El cortante resistido por este mecanismo en vigas sin estribos, es pequeño, ya que en este tipo de vigas el refuerzo longitudinal se encuentra soportado únicamente por el recubrimiento de hormigón, el cual tiene muy poca capacidad a tracción por lo que aparecen fisuras longitudinales a lo largo del refuerzo longitudinal incluso bajo cargas pequeñas lo que lleva al desprendimiento del recubrimiento de hormigón. Es más factible tomar en cuenta este tipo de mecanismo de transmisión en vigas con estribos porque estos aportan cierta restricción al desplazamiento que se generaría en las barras habilitándolas para transferir una parte del cortante.

Para considerar la contribución del refuerzo longitudinal es necesario conocer el desplazamiento vertical relativo entre las dos superficies de la fisura, que se obtiene de la abertura de la fisura y al desplazamiento de la fisura para lo cual es necesario conocer diámetros de las barras, separación longitudinal entre estribos, la cuantía de armadura de refuerzo, la profundidad relativa del eje neutro y la deformación

del refuerzo longitudinal. La ecuación resultante es muy complicada además de que en principio no se sabe el espaciamiento de los estribos, por lo que Mari et al. propusieron una simplificación asumiendo valores de $\frac{\phi}{s_t} = 0.15$, $\frac{d}{s_t} = 2$, $\varepsilon_{sx} = 0.0009$ y $\frac{E_c}{f_{ct}} = 10000$, que resulta casi en una función lineal de $\frac{x}{d}$ [18]. La ecuación obtenida se muestra en la Tabla 12.

Tabla 12 Contribución a la resistencia a cortante debido al refuerzo longitudinal

Ecuación	Expresión
Resistencia debida al refuerzo longitudinal	$\text{if } v_s > 0 \rightarrow v_l = 0.23 \frac{\alpha_e \rho_l}{1 - \frac{x}{d}} \approx 0.25 \frac{x}{d} - 0.05 \quad (40)$ $\text{if } v_s = 0 \rightarrow v_l = 0$
Relación de profundidad del eje neutro	$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right); \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c}; \quad \rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (41)$

- Contribución a la resistencia de cortante por refuerzo transversal

Basados en la suposición 7), se obtiene la expresión dada en la Tabla 13. En donde A_{sw} de la (Ec. 42) es el área por unidad de longitud de refuerzo transversal, ρ_w es la cuantía de acero transversal y f_{yw} el es esfuerzo de fluencia.

Tabla 13 Contribución a la resistencia a cortante debido al refuerzo transversal

Ecuación	Expresión
Resistencia debida al refuerzo transversal	$v_s = (d_s - x) \cot \theta \frac{A_{sw} f_{yw}}{s f_{ctm} b d} \quad (42)$ $v_s \approx 0.85 \frac{d_s A_{sw} f_{yw}}{s f_{ctm} b d} \approx 0.85 \rho_w \frac{f_{yw}}{f_{ctm}}$

3.2.2 Compresion Chord Capacity Model (CCCM)

El primer modelo mecánico (MASM) propuesto por Mari et al. [18] descrito en el apartado anterior, considera que la resistencia a cortante (V_u) es la suma de la cortante resistida por el concreto y por el refuerzo transversal. La contribución del

concreto se encuentra separada en cortante resistida por la zona de compresión no fisurada (V_c), la cortante resistida por el alma de hormigón fisurada (V_w) y el efecto pasador del refuerzo longitudinal (V_l) dado por la (Ec. 33).

Debido a que el modelo anterior se considera muy complicado para la práctica diaria, Cladera et al. en 2015 [19], propusieron un modelo simplificado denominado Compression Chord Capacity Model (CCCM). En este modelo se toma en cuenta que cuando ocurre la falla de flexión-cortante, la resistencia residual a tracción (v_w) y el efecto pasador del acero de refuerzo (v_l) son pequeños en comparación con la cortante resistida por la zona de compresión no fisurada (v_c). Para obtener una ecuación más compacta, las dos acciones mencionadas (v_w) y (v_l) se incorporaron en la cortante resistida por la zona de compresión (v_c) teniendo así que la resistencia a cortante esta dada por la suma de la contribución del hormigón y la contribución del refuerzo transversal dada por la (Ec. 43).

Los factores no definidos en la Tabla 14, deben de ser calculados de acuerdo a las ecuaciones mostradas en la Tabla 13. Para la determinación de f_{cd} , f_{ck} no debe ser considerado mayor a 60 MPa debido a la dispersión que se observa en los resultados si se utiliza un valor mayor. En la (Ec. 46), K_c es igual a la profundidad relativa del eje neutro x/d pero no debe ser mayor que 0.20 cuando se esta obteniendo $V_{cu,min}$. La constante 1.4 en la (Ec. 47), no es factor de calibración si no un término que considera el confinamiento del concreto en la zona de compresión provocado por los estribos y se obtiene de considerar que la resistencia a cortante del refuerzo transversal está dada por $V_s[1 + \Delta_{Vcu}]$, donde Δ_{Vcu} es un factor de confinamiento no dimensional que considera el incremento de la resistencia a cortante por el hormigón causado por el confinamiento de los estribos y se define como $\Delta_{Vcu} = 0.5\zeta\left(1 + \frac{b}{b_w}\right)\frac{x}{d}\frac{b_{v,eff}}{b}$ y se tomará como una constante igual a 0.4 por razones de simplicidad en la ecuación, considerando que generalmente su valor real es entre 0.2 y 0.6 para elementos normales.

La (Ec. 46) que tiene explícitamente en cuenta las acciones de resistencia residual a la tracción, nos da la posibilidad de calcular elementos en donde considerar que la mayor contribución a la resistencia a cortante está dada por la zona de compresión, nos llevaría a cálculos muy conservadores, por ejemplo las losas en una dirección con poco refuerzo longitudinal y sin estribos. En la (Ec. 47) se puede observar una simplificación más a comparación del MASM, en donde además el refuerzo longitudinal de compresión no se toma en cuenta porque su efecto de disminuir la

profundidad del eje neutro se compensa por el aumento en la resistencia a cortante causada por la presencia de concreto en la zona de compresión.

En el modelo anterior ya se consideraba el efecto tamaño (Ec. 35), condicionamiento muy necesario debido al carácter frágil de la falla que sucede después de que se genera la segunda rama de fisuración debida al cortante. Sin embargo, el efecto tamaño no es el único que afecta a elementos de hormigón si no que también son afectados por el efecto de esbeltez a/d . La (Ec. 51) combina estos dos efectos considerando que el factor que depende de a/d se tomará de un trabajo empirico en donde se demostró que $a/d^{0.21}$ predice correctamente la influencia de esta variable [18].

Tabla 14 Modelo de resistencia a cortante CCCM

Ecuación	Expresión	
Resistencia a cortante	$V_u = (v_c + v_w + v_l)f_{ctm}bd + V_s$ $V_u = V_{cu} + V_{su} \leq V_{Rd,max}$	(43)
Aplastamiento del puntal	$V_{Rd,max} = \alpha_{cw}b_wzV_1f_{cd}\frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$	(44)
Resistencia debida al hormigón	$V_{cu} = 0.3\zeta\frac{x}{d}f_{cd}^{2/3}b_{v,eff}d \leq V_{cu,min}$	(45)
Resistencia mínima debida al hormigón	$V_{cu,min} = 0.25\left(\zeta K_c + \frac{20}{d_0}\right)f_{cd}^{2/3}b_wd$	(46)
Resistencia debida al refuerzo transversal	$V_s = 1.4\frac{A_{sw}}{s}f_{ywd}(d_s - x)\sin\alpha(\cot\theta + \cot\alpha)$	(47)
Factor	Expresión	
Relación de profundidad del eje neutro	$\frac{x}{d} = \alpha_e\rho_l\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e\rho_l}}\right) \approx 0.75(\alpha_e\rho_l)^{1/3}$	(48)

Relación modular	$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$	(49)
------------------	------------------------------	------

Cuantía de refuerzo longitudinal	$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d}$	(50)
----------------------------------	----------------------------------	------

Efecto de tamaño y esbeltez	$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} \leq 0.45$	(51)
-----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------	------

Resistencia de cálculo a compresión	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	(52)
-------------------------------------	------------------------------------	------

Resistencia del hormigón a tracción	$f_{ct} = 0.3 f_{cd}^{\frac{2}{3}} \quad \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ $f_{ct} = 2.12 \ln[1 + 0.1(f_{ck} + 8)] \quad \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$	(53)
-------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

Inclinación de la fisura crítica	$\cot\theta = \frac{0.85 d_s}{(d_s - x)} \leq 2.5$	(54)
----------------------------------	----------------------------------------------------	------

3.2.3 Extensión del CCCM a elementos de hormigón reforzado con fibras de acero

El grupo de trabajo de fib 2.2.1 "Cortante en vigas" organizó un taller que se llevó a cabo en Zurich en 2016, en donde se reunió un gran número de destacados especialistas de todo el mundo que trabajan en el campo del diseño a cortante, en donde los especialistas tuvieron oportunidad de intercambiar opiniones y conociendo sobre este tema. De este taller el grupo de trabajo del DECA en conjunto con el grupo de trabajo del Universidad de las Islas Baleares, presentaron el artículo denominado "Modelo de cortante multi-acción simplificado para vigas de hormigón simple o reforzado con fibras de acero, reforzadas con barras de acero o de PRF" [3] en donde se presenta la simplificación del MASM explicada en el apartado anterior y se incluye una extensión para considerar la aportación de las fibras de acero a la resistencia a cortante. La versión final de este artículo está publicada en fib Bulletin No. 85 "Hacia una comprensión racional del cortante en vigas y losas, Reporte Técnico", publicado en mayo de 2018 [20].

"Las fibras de acero incrementan la resistencia a cortante de vigas de hormigón reforzado sin refuerzo transversal al crear puentes en la fisura crítica diagonal y

transmitir directamente la fuerza de cortante entre las dos superficies de la fisura, además de que limita el ancho de fisura de la fisura crítica en el alma, mejorando así el comportamiento del efecto de engranaje de áridos" [3]. De acuerdo a las consideraciones mencionadas, la resistencia total a cortante de vigas de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero HRFA sin refuerzo transversal se obtiene sumando la contribución del hormigón y la contribución de las fibras (ver Fig. 16).

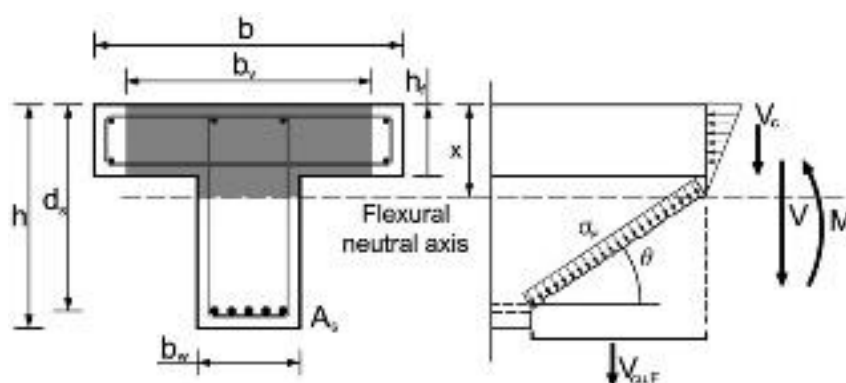


Fig. 16 Contribución de las fibras a la resistencia a cortante [3]

En la Tabla 15, se encuentra la expresión dada para la resistencia a cortante considerando la aportación de las fibras de acero. V_{cu} se calcula con la (Ec. 45) de la Tabla 14. En la (Ec. 56), ζ introduce el efecto de tamaño y esbeltez. K_{FRC} considera que la contribución del hormigón a la resistencia a cortante incrementa y que la contribución de las fibras de acero disminuye a medida que la carga y el ancho de la fisura incrementan. Mari et al. [3] toman un valor promedio de 0.8, valor que también es tomado en la extensión del enfoque general para el cortante sugerido en MC-2010. También se tomó el valor sugerido por este código de diseño para f_{FTuk} .

Tabla 15 Extensión para fibras de acero del Compresion Chord Capacity Model (CCCM)

Ecuación	Expresión
Resistencia total a cortante	$V_{Rd} = V_{cu} + V_{cu,F}$ (55)
Resistencia debida a las fibras de acero	$V_{cu,F} = 0.85 \cdot \zeta \cdot K_{FRC} \cdot f_{FTud} \cdot b_w \cdot d$ (56)
Factor	Expresión

Resistencia de tensión de diseño de las fibras	$f_{FTud} = f_{FTuk} / \gamma_{sf}$	(57)
---------------------------------------------------	-------------------------------------	------

Valor característico de la resistencia ultima de tracción	$f_{FTuk} = 0.33 f_{R,3k}$	(58)
-----------------------------------------------------------------	----------------------------	------

4 VERIFICACIÓN DEL MODELO

4.1 Base de datos de elementos de HRFA bajo esfuerzo cortante

Para hacer una comparación entre los modelos es necesario contar con una base de datos de muestras ensayadas a cortante que reporte información específica. Por ejemplo, dimensiones de la sección transversal, resistencia a compresión del hormigón, cuantía de acero de refuerzo y específicamente para la validación del modelo es necesario contar con la caracterización de la respuesta post fisuración del hormigón reforzado, pues de esta manera se considera la contribución de las fibras a la resistencia a cortante. Para esto, se utilizó como punto de partida, una base de datos presentada por Cuenca et al. [17] en el artículo "A material-performance-based database for FRC and RC elements under shear loading". La base de datos mencionada se obtuvo de una recopilación de 12 estudios experimentales desarrollados en la Universidad de Brescia y la Universidad Politécnica de Valencia entre 2006 y 2017. En este artículo se presenta una base de datos experimental que involucra ensayos a cortante en 93 vigas reforzadas con fibras (acero y polipropileno), además de que también se presenta una base de datos de las 78 muestras de referencia en hormigón simple de las vigas reportadas en la primera tabla. Además del refuerzo longitudinal, algunas de estas vigas estaban reforzadas con acero transversal.

De la base de datos inicial se descartaron las 78 muestras de hormigón simple ya que no es objetivo de este documento evaluar la influencia de las fibras en la resistencia a cortante y únicamente se consideraron las muestras de hormigón reforzado con fibras. También se eliminaron los miembros pretensados para analizar únicamente miembros de hormigón reforzados convencionalmente. Debido a que la base de datos incluía ensayos realizados en vigas reforzadas con diferentes tipos de fibra, un filtro consistió en eliminar todos los ensayos que no se hubieran realizado en vigas de hormigón reforzado con fibras de acero, también se descartaron todos los ensayos en los que la falla fue por flexión y se dejaron

únicamente las muestras que fallaron por cortante. Como se ha dicho, el modelo a evaluar es aplicable a elementos de HRFA sin refuerzo transversal, de manera que el siguiente filtro aplicado fue el de eliminar de la base de datos todas las muestras con refuerzo transversal en el alma.

Al aplicarse los filtros antes mencionados, la base de 93 ensayos se redujo a 47 ensayos de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero, reforzadas longitudinalmente, sin refuerzo transversal y con modo de falla a cortante. Estos datos se complementaron con muestras con las mismas características presentados en "Shear capacity of concrete beams containing longitudinal reinforcement and Steel fibers" publicado por Dupont y Vanderwalle [21] para hacer un total de 65 muestras sometidas a esfuerzos cortantes. La Tabla 16 presenta la base de datos refinada con la que se inició el trabajo en este documento. En el Anejo 1 se muestra la base de datos sin filtros por lo que se pueden observar los datos de las muestras que fallaron a flexión, las que contienen fibras de polipropileno, las muestras con refuerzo transversal y las pretensadas. Que, a pesar de no ser incluidas en la evaluación del modelo, aportan información que puede ser utilizada en otras aplicaciones y análisis específicos.

La base de datos con la que se trabaja en los apartados siguientes aporta la siguiente información:

- Referencia. Indica el artículo del cual fueron obtenidos los ensayos
- (#) Número de viga. No indica jerarquía, simplemente es para control en los análisis.
- (*ID muestra*) Identificación de la viga. Es la identificación dada en los artículos, por lo general indica características principales de las muestras.
- (*b*) Ancho, en mm
- (*d*) Profundidad efectiva, en mm
- (*a/d*) Relación tramo de cortante-profundidad relativa, adimensional
- (ρ) Cuantía de acero longitudinal, en %
- (f_c) Resistencia de compresión del cilindro de hormigón, en MPa
- (d_g) Tamaño máximo de agregado, en mm

Tabla 16 Base de datos de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero sometidas a cortante

Ref.	Beam (#)	Test ID	b (mm)	d (mm)	a/d (-)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	Fibra	VF (%)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	V_{EXP} (kN)	MF
[21]	#1	H500 FRC50	250	440	3,0	1,12	32,1	16	S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	240	SY
	#2	H500 FRC75	250	440	3,0	1,12	33,1	16	S50/0.8H	0,96	6	6,03	235	S
	#3	H1000 FRC50	250	940	3,0	1,07	32,1	16	S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	272	S
	#4	H1000 FRC75	250	940	3,0	1,07	33,1	16	S50/0.8H	0,96	6	6,03	351	S
	#5	H1500 FRC50	250	1440	3,0	1,01	32,1	16	S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	484	S
	#6	H1500 FRC75	250	1440	3,0	1,01	33,1	16	S50/0.8H	0,96	6	6,03	554	S
[22]	#7	NSC1-FRC 1	200	435	2,5	1,04	24,8	20	S30/0.6H	0,38	2,5	2,40	134	S
	#8	NSC2-FRC 1	200	435	2,5	1,04	33,5	20	S50/1.0H	0,38	2,6	2,29	120	S
	#9	NSC2-FRC 2	200	435	2,5	1,04	33,5	20	S50/1.0H + S12/0.18ST	0.38+0.19	4,01	3,98	142	S
	#10	NSC3-FRC 1	200	435	2,5	1,04	38,6	20	S30/0.6H	0,38	3,34	2,73	141	S
	#11	HSC1-FRC 1	200	435	2,5	1,04	61,1	15	S30/0.62H	0,64	2,9	2,81	191	S
	#12	NSC4-FRC-500-1	200	455	2,5	0,99	24,4	20	S50/1.0H	0,25		1,54	154	S
	#13	NSC4-FRC-500-2	200	455	2,5	0,99	24,4	20	S50/1.0H	0,25		1,54	194	S
	#14	NSC4-FRC-1000	200	910	2,5	1,04	24,4	20	S50/1.0H	0,25		1,54	258	S
	#15	HSC2-FRC-1000	200	910	2,5	1,04	55	20	S50/1.0H	0,25		2,52	339	S
[23]	#16	FRC-20 H50-1	200	455	2,5	0,99	24,4	20	S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	154	S
	#17	FRC-20 H50-2	200	455	2,5	0,99	24,4	20	S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	194	S
	#18	FRC-40 H50-1	200	455	2,5	0,99	20,6	20	S50/1.0H	0,51	3,1	2,94	125	S
	#19	FRC-40 H50-2	200	455	2,5	0,99	20,6	20	S50/1.0H	0,51	3,1	2,94	133	S

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam (#)	Test ID	b (mm)	d (mm)	a/d (-)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	Fibra	VF (%)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	V_{EXP} (kN)	MF
[23]	#20	FRC-60 H50-1	200	455	2,5	0,99	19,2	20	S50/1.0H	0,76	4,4	4,62	211	S
	#21	FRC-60 H50-2	200	455	2,5	0,99	19,2	20	S50/1.0H	0,76	4,4	4,62	199	S
	#22	FRC-20 H100	200	910	2,5	1,04	24,4	20	S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	258	S
[24]	#23	FRC-100	200	910	2,5	1,04	55	20	S50/1.0H	0,25	2,47	2,52	339	S
[25]	#24	FRC	200	435	3,1	1,56	40,7	20	S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	140	S
[26]	#25	W105 FRC25-14	105	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	39	S
	#26	W210 FRC25-14	210	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	98	S
	#27	W315 FRC25-14	315	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	142	S
	#28	W420 FRC25-14	420	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	196	S
	#29	W525 FRC25-14	525	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	261	S
	#30	W630 FRC25-14	630	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	353	S
	#31	W735 FRC25-14	735	210	2,5	1,40	35,3	16	S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	376	S
[27]	#32	H-65/40BN	90	308	2,9	3,72	96	12	S40/0.62H	0,63	6,34	1,30	66	S
	#33	M-80/50BN	90	308	2,9	3,72	61,9	12	S50/0.62H	0,63	7,5	1,83	72	S
	#34	H-80/50BN	90	308	2,9	3,72	96,3	12	S50/0.62H	0,63	6,7	1,91	63	S
	#35	L-80/50BN-a	90	308	2,9	3,72	34,3	12	S50/0.62H	0,63	5,29	3,55	60	S
	#36	L-65/40BN	90	308	2,9	3,72	33,8	12	S40/0.62H	0,63	5,45	3,69	57	S
	#37	3-45/50BN	90	308	2,9	3,72	51	12	S50/1.05H	0,63	4,18	4,43	67	S
	#38	M-65/40BN-a	90	308	2,9	3,72	66,6	12	S40/0.62H	0,63	6,48	4,50	75	S
	#39	M-80/30BP	90	308	2,9	3,72	49,7	12	S30/0.38H	0,63	6,93	7,13	93	S
	#40	H-80/30BP	90	308	2,9	3,72	83,6	12	S30/0.38H	0,63	8,84	7,38	95	S
	#41	L-80/40BP	90	308	2,9	3,72	40,7	12	S40/0.5H	0,63	7,71	8,18	81	S

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam #	Test ID	b (mm)	d (mm)	a/d (-)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	Fibra	VF (%)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	V_{EXP} (kN)	MF
[27]	#42	M-80/40BP	90	308	2,9	3,72	71,1	12	S40/0.5H	0,63	8,16	9,44	101	S
	#43	H80/40BP	90	308	2,9	3,72	88,1	12	S40/0.5H	0,63	12,2	10,60	102	S
[28]	#44	OAS1	305	470	3,9	1,70	39,7	16	S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	233	S
	#45	OAS2	305	469	4,9	2,30	39,7	16	S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	228	S
	#46	OBS1	229	472	3,9	2,20	39,7	16	S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	155	S
	#47	OBS2	229	469	4,9	2,30	39,7	16	S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	163	S
[29]	#48	2	200	260	3,5	3,55	46,4	14				1,50	110	S
	#49	3	200	260	3,5	3,55	43,2	14				3,10	120	S
	#50	4	200	260	3,5	3,55	47,6	14				4,90	155	S
	#51	17	200	262	2,5	1,15	39,1	14				1,40	82,5	S
	#52	18	200	262	2,5	1,15	38,6	14				4,10	108	S
	#53	20	200	260	2,5	1,81	39,1	14				1,40	108	S
	#54	21	200	260	2,5	1,81	38,6	14				4,10	144	S
	#55	23	200	260	4,0	1,81	40,7	14				1,90	82,5	S
	#56	24	200	260	4,0	1,81	42,4	14				5,60	117	S
	#57	26	200	262	2,5	1,15	26,5	14				1,90	100	S
	#58	27	200	262	2,5	1,15	27,2	14				3,50	120	S
	#59	29	200	260	2,5	1,81	26,5	14				1,90	100	S
	#60	30	200	260	2,5	1,81	27,2	14				3,50	120	S
	#61	31	200	262	2,5	1,15	47,4	14				4,00	130	S
	#62	32	200	260	2,5	1,81	46,8	14				3,80	157,5	S
	#63	33	200	262	2,5	1,15	45,4	14				3,90	147,5	S

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam #	Test ID	b (mm)	d (mm)	a/d (-)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	Fibra	VF (%)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	V_{EXP} (kN)	MF
[29]	#64	41	200	305	2,5	1,03	34,4	14				3,50	162	S
	#65	43	200	305	2,5	1,03	30,2	14				2,50	162	S

- (*Fibra*) Tipo de fibra en términos de: material (S=Acero), longitud en mm / diámetro en mm, forma (H=extremos enganchados, St=rectas, C=curveado). Por ejemplo, la designación S50/0.8H corresponde a fibras de acero de 50 mm de longitud, con diámetro de 0.6 mm y extremos enganchados.
- (V_f) Fracción de volumen de fibras, en %
- ($f_{R,1}$) Resistencia residual a tensión por flexión, de acuerdo con EN 14651 [10] correspondiente a una abertura de fisura $w = 0.5 \text{ mm}$
- ($f_{R,3}$) Resistencia residual a tensión por flexión, de acuerdo con EN 14651 [10] correspondiente a una abertura de fisura $w = 2.5 \text{ mm}$
- (V_{EXP}) Resistencia a cortante experimental, en kN
- (*MF*) Modo de falla: S=Cortante, SY= Cortante después fluencia del acero longitudinal

4.2 Características principales de las muestras.

4.2.1 Parámetros post fisuración

Las propiedades mecánicas de la matriz de hormigón se ven modificadas cuando se añaden fibras, sin embargo, esta modificación no sucede hasta después del inicio de la fisuración en los elementos. Es por eso que el diseño estructural de elementos reforzados con fibras está basado en la resistencia residual post fisuración (provisto por las fibras). La única manera en que las fibras pueden afectar las propiedades mecánicas del material antes de la fisuración es aplicando una dosificación mayor a 80 kg/m^3 que es aproximadamente un 1%. Por lo anterior, las propiedades mecánicas del HRFA no fisurado se pueden obtener con las mismas expresiones que para hormigón simple.

4.2.1.1 Resistencia a la tracción axial del hormigón

La resistencia a la tracción axial del hormigón reforzado con fibras de acero no varía con respecto a la resistencia a tracción de concreto simple. Esta propiedad se emplea en el Modelo 2 (MC2010) y en el Modelo 3 (EHE-08), y se determinó con las expresiones propuestas en el MC2010 [5]:

$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_{cd}^{2/3} \quad \text{para hormigón caracterizado por } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$
$$f_{ct} = 2.12 \cdot \ln[1 + 0.1(f_{ck} + 8)] \quad \text{para hormigón caracterizado } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$
(53)

4.2.1.2 Resistencia residual a tracción

La resistencia residual a tracción del HRFA después del fisuramiento depende del tipo de fibra, la dosificación de las fibras y la resistencia del hormigón. Esta propiedad se calcula de manera experimental ya que en este caso no se puede obtener de manera confiable si se calcula en términos de las propiedades de la matriz de hormigón simple y de las fibras de acero. Existen diversos métodos de prueba estándar para calcular esta propiedad mecánica. Teóricamente los ensayos de esfuerzo uniaxial son preferibles para obtener la resistencia residual, debido a que estas pruebas pueden ser usadas para caracterizar la respuesta esfuerzo-abertura de fisura ($\sigma - w$) del hormigón reforzado con fibras de acero, que es un valor necesario en métodos de diseño avanzado. En la práctica, se prefieren comúnmente, los ensayos de vigas ya que son más fáciles de ejecutar que los ensayos de esfuerzo uniaxial y se pueden simular las condiciones de diversas aplicaciones prácticas. Es por esto que la mayoría de modelos actuales de resistencia a cortante en HRFA se basan en parámetros que pueden ser obtenidos mediante ensayos de vigas. En el capítulo 2 se hace referencia a diferentes métodos de ensayo para elementos de HRFA, a continuación se explicará con más detalle la forma de obtener la resistencia residual a tracción post fisuración a través del ensayo EN 14651, cuyas características principales se encuentran resumidas en la Tabla 2. Para este documento, este parámetro se empleará únicamente en el Modelo 2 (MC2010), Modelo 3 (EHE-08) y Modelo 4 (CCCM + Fibras).

La EN 14651 [10] es una norma europea que especifica un método para medir la resistencia residual a tracción en muestras de hormigón reforzado con fibras de acero. Este método arroja como resultado el límite de proporcionalidad (LOP Limit of proportionality) y un conjunto de valores de resistencia residual a la tracción por flexión. Esta norma se basa en el principio de que el comportamiento a tracción del HRFA es evaluado en términos de la resistencia residual a tracción, valores determinados del diagrama carga-abertura de fisura $L - w$ o del diagrama carga-deflexión obtenido de aplicar una carga puntual central a una viga simplemente apoyada con entalla.

De acuerdo con la norma, la máquina de prueba debe de tener un dispositivo para transmitir la carga a la muestra compuesto por dos rosillos de soporte y un rodillo de carga (ver Fig. 17). Todos los rodillos deben de ser de acero y deben tener una sección transversal circular de diámetro $30\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$, deben de ser al menos 10 mm más largos que la base de la muestra de ensayo y sus superficies deben de ser limpias y lisas.

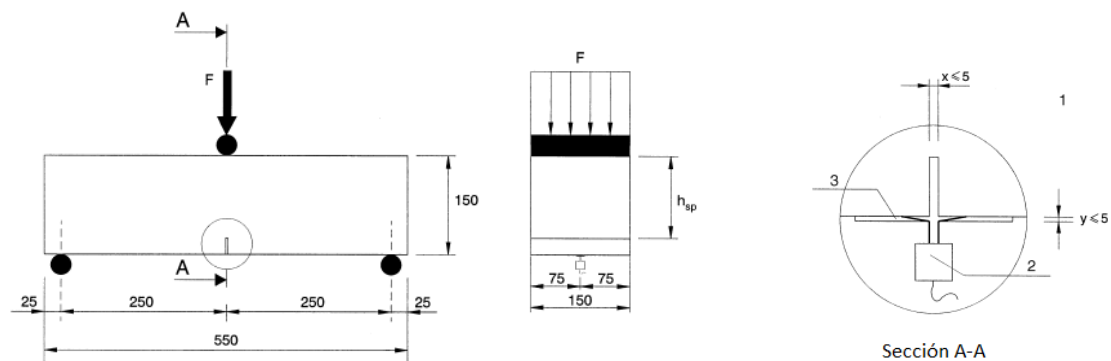


Fig. 17 Arreglo típico para determinar la abertura de fisura w. Dimensiones en mm. 1) Detalle de la entalla 2) Transductor 3) Borde de cuchilla [10]

Las muestras para los ensayos deberán ser fabricadas de acuerdo con EN 12390-1 con dimensiones nominales de ancho y profundidad efectiva de 150 mm y longitud de manera que $550\text{ mm} \leq L \leq 700\text{ mm}$. Estas dimensiones son adecuadas para hormigones con tamaño máximo de agregado de hasta 32 mm y con fibras metálicas de hasta 60 mm de longitud. Dentro de la norma se indica el procedimiento de ensayo, en donde explica de manera muy detallada la preparación y el posicionamiento de las muestras y como se lleva a cabo el ensayo a flexión. De este ensayo es de donde obtendremos el límite de proporcionalidad y la resistencia residual a tracción que se resumen en la Tabla 17 y Tabla 18 respectivamente y de acuerdo a la UN 14651 [5] se definen como:

- Determinación del límite de proporcionalidad (LPO por sus siglas en ingles). Es la tensión en la punta de la entalla que se asume actúa en la sección no fisurada del centro luz de la viga, con distribuciones lineales de tensiones de un prisma sujeto a una carga puntual central F_L
- Resistencia a la flexión residual. Esfuerzo ficticio en la punta de la entalla que se asume actúa en la sección no fisurada del centro luz de la viga, con distribuciones lineales de tensiones de un prisma sujeto a una carga puntual central F_j .

Para obtener estas propiedades mecánicas, se debe considerar la distribución de los esfuerzos generados durante el ensayo. El diagrama de esfuerzos reales resulta en una forma un poco complicada por lo que la UN 14651 realiza una simplificación del diagrama y asume una distribución lineal de los esfuerzos como se muestra en la Fig. 18.

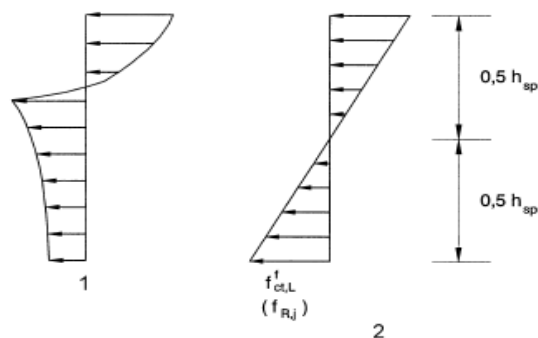


Fig. 18 Distribución de esfuerzos en ensayos a flexión. 1) Distribución de esfuerzos real. 2) Distribución de esfuerzos asumida [10]

Tabla 17 Limite de proporcionalidad de acuerdo con EN 14651

Ecuación	Expresión
Límite de proporcionalidad	$f_{ct,L}^f = \frac{3F_L l}{2bh_{sp}^2}$ <p>Donde:</p> <p>$f_{ct,L}^f$ en LOP en $\frac{N}{mm^2}$</p> <p>F_L Carga correspondiente al LOP en, N (Ver figura)</p> <p>l Longitud del claro, en mm</p> <p>b base de la muestra, en mm</p> <p>h_{sp} Distancia entre la punta de la entalla y la parte superior de la muestra, en mm</p>

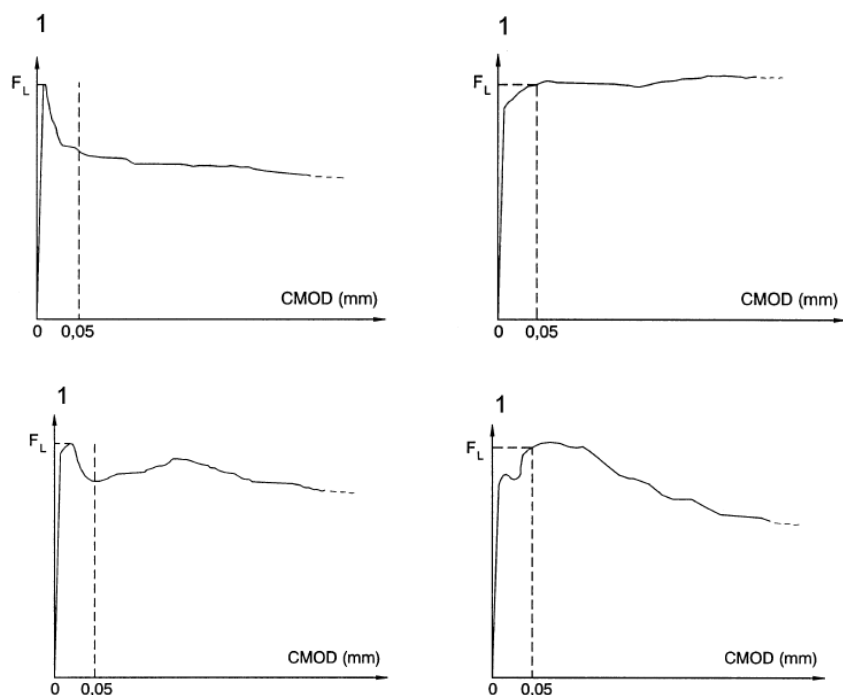


Fig. 19 Diagrama carga-abertura de fisura y F_L

El valor de la carga se debe determinar dibujando una línea paralela al eje vertical del diagrama carga-abertura de fisura o el diagrama carga-deformación a una distancia de 0.05 mm. Se tomará como F_L al valor mayor del intervalo como se puede apreciar en los diagramas. (1= carga F) [10]

Tabla 18 Resistencia residual a la tracción de acuerdo con EN 14651

Ecuación	Expresión
Resistencia residual a la tracción	$f_{R,j} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2}$
<p>Donde:</p> <p>$f_{R,j}$ Es la resistencia residual a tracción correspondiente con $w = w_j$ o $\delta = \delta_j$ en N/mm^2</p> <p>F_j Es la carga correspondiente con $w = w_j$ o $\delta = \delta_j$ en N/mm^2 (ver fig)</p> <p>Los parámetros faltantes se encuentran definidos en la tabla</p>	

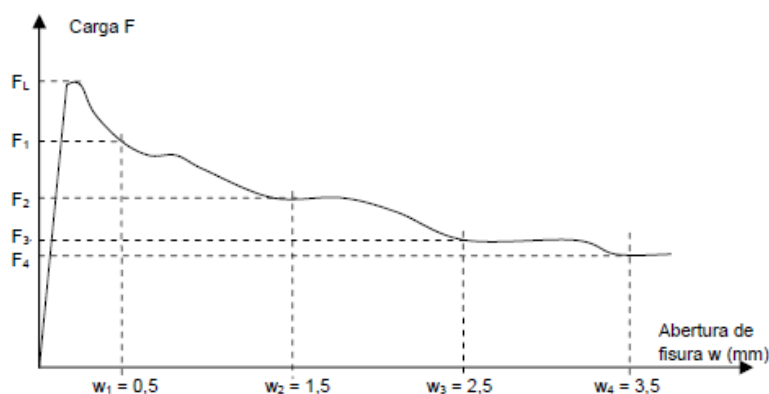


Fig. 20 Diagrama carga-abertura de fisura y F_j ($j = 1,2,3,4$). Le resistencia a la flexión residual debe de ser expresada al 0.1 N/mm² más cercano [10]

4.2.1.3 Resistencia última a tracción

El cálculo de la resistencia ultima a tracción ($f_{ctR,d}$) empleada en los Modelos 2 a 4 se basa en la aplicación de uno de los diagramas que se presentan en las Figs. 21 y 22. Estos diagramas están incluidos en la EHE-08 en el Anejo 14 correspondiente a hormigón reforzado con fibras.

El diagrama de cálculo rectangular es el que se aplica de forma general para el cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales. Este diagrama está caracterizado por la resistencia residual a tracción de calculo ($f_{ctR,d}$).

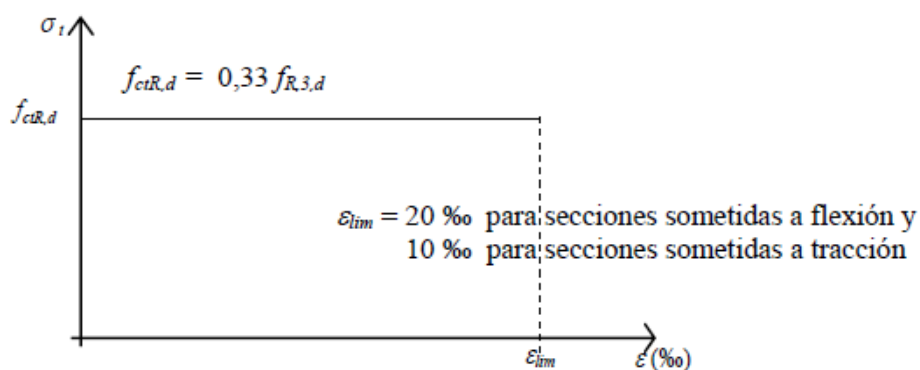


Fig. 21 Diagrama de cálculo rectangular [1]

El diagrama de cálculo multi lineal se emplea en aplicaciones que exigen un cálculo ajustado, se basa en el diagrama esfuerzo-deformación ($\sigma - \epsilon$) mostrado en la Fig. 22, definido por una resistencia a tracción de calculo f_{ctd} y de las resistencias

residuales a tracción de cálculo $f_{ctR,1,d}$, $f_{ctR,3,d}$ asociadas a deformaciones ε_1 y ε_2 en el régimen post pico donde:

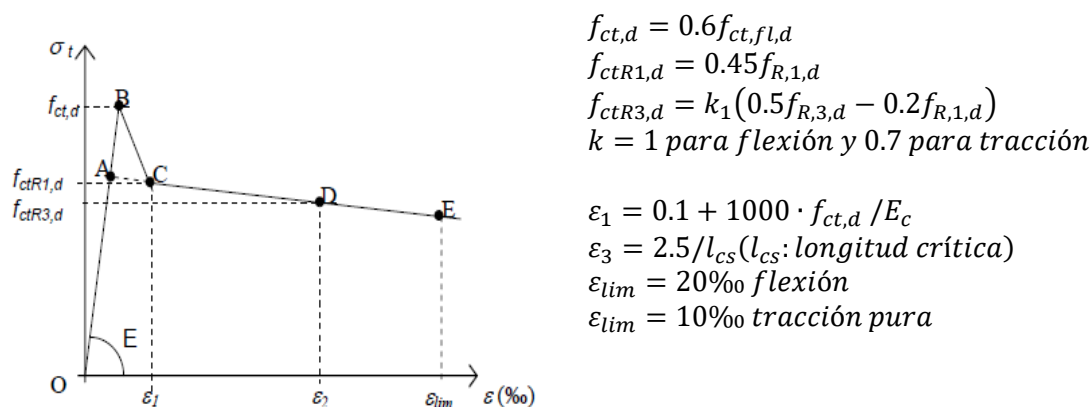


Fig. 22 Diagrama de cálculo multilineal [1]

4.2.2 Resistencia del hormigón

Para las muestras incluidas en la base de datos, los valores de la resistencia a compresión del cilindro estándar de HRFA f_c van desde los 12 MPa hasta los 96.3 MPa. De las 65 muestras, 57 tienen valores normales de resistencia (≤ 60 MPa), quedando 8 por arriba de los 60 MPa. El Modelo 1 (Narayanan y Darwish) utiliza la resistencia a la tracción $f_{ct,sp}$ obtenida de pruebas de ruptura de cilindros $f_{cu,f}$ para predecir la resistencia ultima para vigas de HRFA mientras que el Modelo 2 (MC2010), Modelo 3 (EHE-08) y Modelo 4 (Extensión para fibras de acero del CCCM) obtienen la resistencia ultima a cortante en base a la resistencia a tracción posterior a la fisuración $f_{R,j}$. Para este documento $f_{cu,f}$ fue obtenido interpolando valores de la tabla 5.1-3: Characteristic strength values of normal weight concrete del MC2010. En la tabla se presenta el rango de valores de las propiedades mencionadas.

Tabla 19 Rangos de propiedades de resistencia del HRFA

Propiedad		Min	Max
f_c	N/mm^2	19.2	96.3
$f_{cu,f}$	N/mm^2	24	111.3
$f_{ct,sp}$	N/mm^2	2.31	7.18

4.2.3 Fibras

Las fibras empleadas en los ensayos de la base de datos tienen extremos en forma de gancho como se puede identificar en la nomenclatura de la fibra (ver Tabla 16), con diámetros equivalentes entre 0.38 y 1.05 *mm*, longitudes entre 30 y 60 *mm*, relaciones de aspecto l_f/d_f entre 47.62 y 80.64 y fracciones volumétricas de entre 0.32% y 0.96%. Los rangos se presentan en la Tabla 20.

Tabla 20 Rangos de propiedades de las fibras

Propiedad		Min	Max
d_f	<i>mm</i>	0.38	1.05
l_f	<i>mm</i>	30	60
l_f/d_f		47.62	80.64
V_f	%	0.32	0.96

4.2.4 Dimensiones de las muestras

La profundidad efectiva tiene un rango de 210 a 1440 *mm* y la relación tramo de cortante-profundidad efectiva va de los 2.5 a 4.5. El ancho de la sección transversal va desde los 90 hasta los 735 *mm*. Estos rangos se presentan en la Tabla 21. Llama especial atención el valor de 735 *mm* de ancho y más cuando se verifica que la profundidad efectiva de esta muestra es de 210 *mm*, estos valores corresponden a la Referencia (26) de la base de datos, estas muestras fueron empleadas para comprobar la Influencia de la relación ancho-profundidad efectiva en la resistencia a cortante de elementos de hormigón reforzado sin refuerzo transversal, por lo que emplearon anchos desde los 105 hasta los 735 *mm* con la misma profundidad relativa 210 *mm*.

Tabla 21 Dimensiones de las muestras

Propiedad		Min	Max
b_0	<i>mm</i>	90	735
d	<i>mm</i>	210	1440
a/d		2.5	4.5

4.2.5 Otras propiedades

Otras propiedades que se incluyen en la base de datos son el porcentaje de acero longitudinal ρ cuyo rango varía desde 0.99 hasta 3.72%. También se incluye el tamaño máximo de agregado d_g que va desde los 12 hasta los 20 mm y la cortante última registrada en los ensayos de cortante. Los rangos se muestran en la Tabla 22.

Tabla 22 Otras propiedades incluidas en la base de datos

Propiedad		Min	Max
ρ	%	0.99	3.72
d_g	mm	12	20
V_{EXP}	kN	39	554

4.3 Evaluación de la base de datos

Determinar la resistencia a cortante puede ser complicado debido a todos los parámetros que influyen en este cálculo. En las siguientes figuras se muestra la distribución de datos de los principales parámetros de las muestras que afectan la resistencia al cortante, como son la profundidad efectiva, la relación a/d , porcentaje de acero longitudinal, la resistencia a compresión y la resistencia residual a tensión.

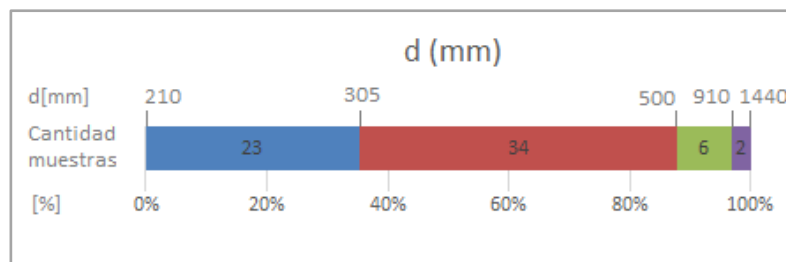


Fig. 23 Profundidad efectiva en mm

En la Fig. 23, se puede observar que la profundidad efectiva de las muestras varía entre 210 y 1440 mm . Casi el 90% de las muestras tienen un canto efectivo por debajo de los 500 mm y el 10% restante se encuentra muy por arriba de este valor pues 4 de las muestras que componen este rango tienen profundidades efectivas de 910 mm , 2 muestras con 940 mm y 2 más de 1440 mm .

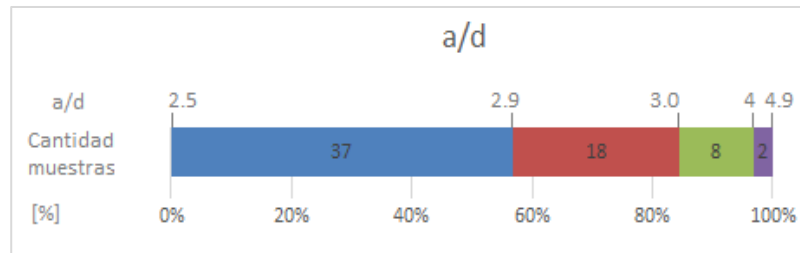


Fig. 24 Relación tramo de cortante-profundidad efectiva

En la Fig. 24 se observa que la relación cotante-profundidad efectiva (a/d) en más del 80% de las vigas está por debajo de 3. El 30% restante se encuentra en el rango de 3 a 4.9.

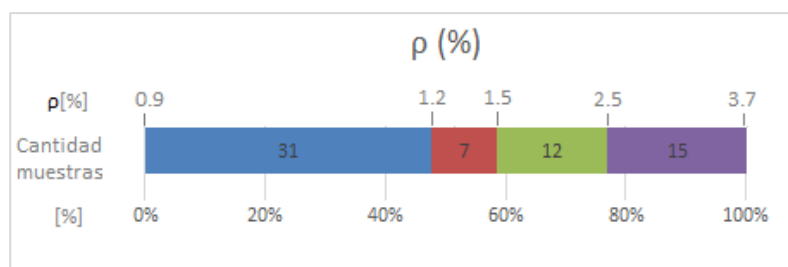


Fig. 25 Refuerzo longitudinal en %

En la Fig. 25, observamos que más del 40% de las muestras tienen cuantía similar a la típicamente adoptada en la práctica (hasta 1.3%), se puede observar también que existen muestras con cuantías de refuerzo longitudinal muy grandes, hasta 3.7%, esto es para inducir una falla de cortante. En cuanto a resistencia a compresión, la Fig. 26 nos muestra valores desde 19 hasta 97 MPa, teniendo una mayor concentración de valores en el rango de 19 a 40 MPa.

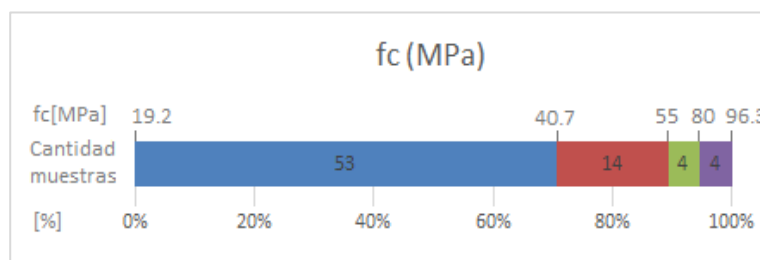


Fig. 26 Resistencia a la compresión en MPa

Finalmente, para los valores de resistencia residual a la tracción, la Fig. 27 nos muestra que la base de datos maneja valores desde 1.3 a 10.6 MPa, teniendo específicamente 16 vigas con $f_{R,3}$ de menos de 2 MPa, 18 vigas con $f_{R,3}$ entre 2.2 y

3.4 MPa, 24 muestras de entre 3.5 y 5 MPa y 12 muestras de más de 5 MPa de resistencia residual a la tracción.

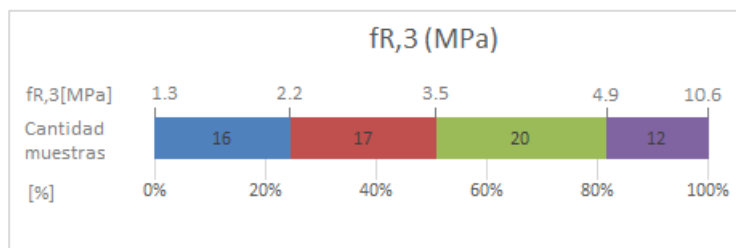


Fig. 27 Resistencia residual a la tracción en MPa

4.4 Evaluación del modelo

La base de datos mostrada en la Tabla 16 se utilizó para la verificación del modelo propuesto por Mari et al. en 2016 [3]. Se compararon las predicciones obtenidas con el modelo CCCCM + Fibras, contra los resultados experimentales de la resistencia a cortante presentada en la base de datos.

Como se mencionó en la descripción del modelo, las expresiones emplean factores de reducción de resistencia, en este documento, a fin de tener una comparación más significativa, la resistencia a cortante se calculó asumiendo factores de reducción de resistencia igual a 1, además de que se tomaron los valores medios de las propiedades mecánicas del material.

La resistencia a cortante se calculó con la (Ec. 55) $V_{Rd} = V_{cu} + V_{cu,F}$, en donde la aportación del concreto a la resistencia a cortante se calculara con la (Ec. 45) $V_{cu} = 0.3\zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d \leq V_{cu,min}$ y la aportación de las fibras a la resistencia a cortante se calculara con la (Ec. 56) $V_{cu,F} = 0.85 \cdot \zeta \cdot K_{FRC} \cdot f_{FTud} \cdot b_w \cdot d$. En la (Ec. 57) $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ la resistencia de cálculo a compresión $f_{cd} = f_c$ ya que el factor de reducción de resistencia es 1.

La resistencia del hormigón a tracción se calculó con la (Ec. 53) $f_{ct} = 0.3f_{cd}^{\frac{2}{3}}$ y la eq. $f_{ct} = 2.12 \ln[1 + 0.1(f_{ck} + 8)]$ para hormigón caracterizado por $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ y $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$ respectivamente, expresiones tomadas del MC2010. La resistencia de tensión de diseño de las fibras $f_{FTud} = f_{FTuk} / \gamma_{sf}$ es calculado de acuerdo a MC2010 que sugiere estimar f_{FTud} con un modelo lineal simplificado basado en $f_{R,3k}$. La caracterización del hormigón de las vigas estudiadas incluye la determinación de la

resistencia a la flexión residual $f_{R,3}$ de acuerdo a la EN 14651, que corresponde a un desplazamiento de abertura de fisura (w) de 2.5 mm.

El resto de las expresiones necesarias para el cálculo de la resistencia a cortante empleando el CCCM + Fibras se encuentran en la Tabla 14.

En la Tabla 23 se presentan los datos estadísticos obtenidos de la comparación del modelo CCCM+Fibras contra los datos experimentales de la base de datos (V_{EXP}/V_{CALC}). Como se puede observar, de las 65 muestras estudiadas se obtuvo una media de 1.17, una desviación estándar de 0.29 y el coeficiente de variación (relación entre la desviación estándar y la media) es de 25.02%. A pesar de que la media no se encuentra tan alejada de la unidad, el CoV nos indica que existe dispersión en los datos o, dicho de otra manera, nos encontramos con datos alejados hacia la derecha o la izquierda de la media.

Tabla 23 Datos estadísticos de las vigas de HRF estudiadas

	CCCM + Fibras
Numero de datos	65
Media	1.17
Desviación estándar	0.29
Coeficiente de variación	25.02
Valor máximo	2
Valor mínimo	0.764
$(V_{EXP}/V_{CALC})5\%$	0.84
$(V_{EXP}/V_{CALC})95\%$	1.76

En la Fig. 28 se observa la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) para cada una de las muestras con líneas de límites mínimos y máximos obtenidos de restar y sumar la desviación típica a la media de relación (V_{EXP}/V_{CALC}), como se puede apreciar, los valores que sobresalen de esta zona corresponden a las muestras de la 12 a la 17, la muestra 22 y la muestra 65. Una vez identificadas las muestras con los datos más dispersos se analizaron los diferentes parámetros de esas muestras y se obtuvo que las vigas con mayor dispersión son las que presentan fracciones volumétricas de fibras de 0.25%, por lo cual se decidió descartar todas las vigas de la base de datos con

porcentajes iguales o menores a este valor, debido a la dispersión que presentan sus resultados.

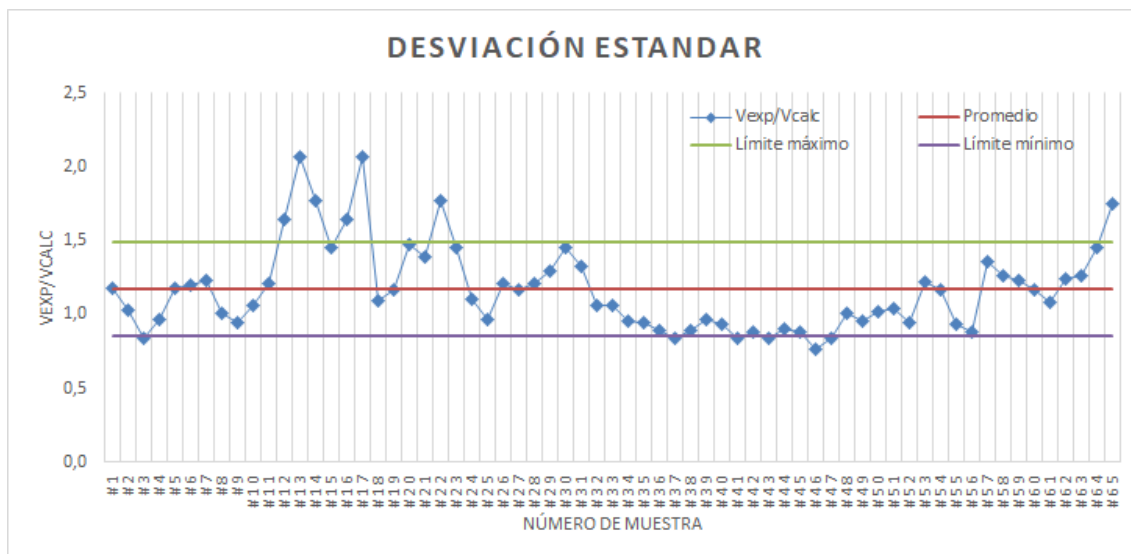


Fig. 28 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) para cada muestra de la base de datos

Finalmente, de las 65 muestras de la base de datos de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero, sin refuerzo a cortante y con falla de cortante, se descartaron las 5 vigas anteriormente mencionadas por lo que la comparación del CCCM + Fibras se hizo únicamente con 57 muestras cuyos datos estadísticos se presentan en la Tabla 24, en donde se aprecia claramente que el valor de la media disminuyó a 1.09 y el factor de covarianza se redujo a 18.22%.

Tabla 24 Datos estadísticos de las vigas de HRF estudiadas

	CCCM + Fibras
Numero de datos	57
Media	1.09
Desviación estándar	0.19
Coeficiente de variación	18.22
Valor máximo	1.74
Valor mínimo	0.76
(V_{EXP}/V_{CALC})5%	0.84
(V_{EXP}/V_{CALC})95%	1.45

Queda claro que debe de aceptarse cierto nivel de dispersión en los resultados y una de las razones es que la caracterización de las vigas de HRFA se lleva a cabo siguiendo diferentes procedimientos (Aunque la caracterización del hormigón llevada a cabo en los ensayos de la base de datos presenta la determinación de la resistencia residual a la tracción $f_{R,3}$ correspondiente a una abertura de fisura (w) de 2.5 mm como se define en la EN 14651 [10], en otros artículos se han tomado los parámetros de energía equivalente (f_{eq} o f_{eqm}) equivalentes a ($f_{R,3}$) y tal como apunta Mari et al. en 2016 [3], la dispersión se encuentra relacionada principalmente con la geometría de las fibras, detalles del anclaje final de las fibras y la resistencia de las mismas.

En los siguientes apartados se lleva a cabo la comparación de la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) del CCCM + Fibras contras la misma relación de los modelos mencionados en el apartado 3. En el apartado 4.4.1 se hace la comparación con los modelos basados en el comportamiento post fisuración del HRFA incluidos en las normativas más empleadas, el MC-2010 que se deriva del EC-2 y la instrucción EHE-08.

El apartado 4.4.2 muestra la comparación con el Modelo de Narayanan y Darwish de ecuaciones semi empíricas. Se realiza a parte ya que lamentablemente no se contaba con la caracterización completa de las fibras y no se pudo obtener su relación de aspecto, dato necesario para la aplicación de la formulación propuesta por estos autores.

4.4.1 Comparación de las predicciones del CCCM + Fibras con los modelos MC2010 y EHE-08

En la Fig. 29 se muestra la comparación de la relación entre el esfuerzo cortante experimental de la base de datos y el esfuerzo cortante obtenido con los modelos de cálculo de resistencia a cortante propuestos en los códigos MC2010 (Ec. 7), EHE-08 (Ec. 14) y el CCCM + Fibras (Ec. 55) presentada por Mari et al. [3] para vigas de hormigón reforzadas con fibras de acero y sin refuerzo transversal. En esta Figura se puede observar que los 3 modelos tienen predicciones muy parecidas a los datos experimentales, con relaciones (V_{EXP}/V_{CALC}) muy cercanas a la unidad, ya sea por debajo o por arriba de este valor.

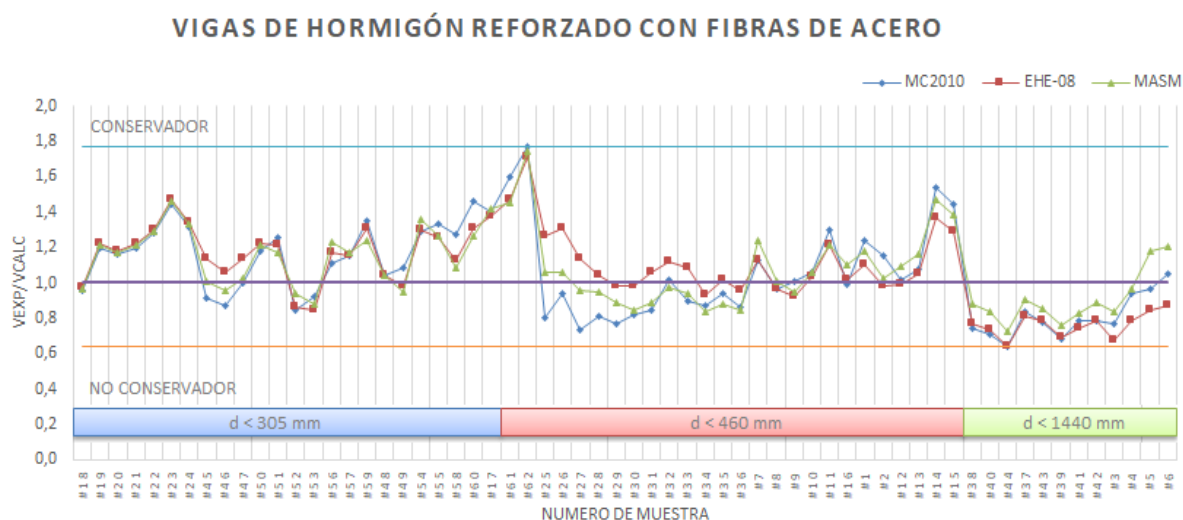


Fig. 29 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante

En la Fig. 29, las muestras se encuentran ordenadas de manera ascendente de acuerdo a su profundidad efectiva (d), cabe mencionar que la tendencia de los 3 modelos muestra un decremento en la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) cuando la profundidad efectiva aumenta. En el primer rango de d hasta 305 mm la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) tiene valores de hasta 1.76. Para el rango de $305 \text{ mm} \leq d < 460 \text{ mm}$ el valor máximo es de 1.54. Mientras que para el rango de $d > 460 \text{ mm}$ la relación disminuye de la unidad y se pasa del lado no conservador. Esta tendencia a la baja resulta evidente y este resultado indica que los modelos hacen una buena consideración del efecto tamaño de las vigas en la resistencia a cortante en las vigas de hormigón reforzado [17].

Esta misma comparación (V_{EXP}/V_{CALC}) se llevó a cabo considerando como variable de referencia todas las características que influyen en la resistencia a cortante en hormigones reforzados con fibras de acero tales como la relación distancia de corte-profundidad efectiva (a/d), porcentaje de acero longitudinal (ρ), resistencia a la compresión (f_c), y la resistencia residual a la tensión ($f_{R,3}$). Además de la tendencia mostrada en la figura anterior, también se observó una tendencia en el parámetro (a/d) que se muestra en la Fig. 30 en donde se puede ver más claramente una tendencia a la baja en la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) mientras que a/d aumentan. En el rango $a/d \leq 2.5$ se pueden observar valores muy alejados de 1, mientras que para el rango $2.5 \leq a/d \leq 3.5$ estos valores se acercan cada vez más a la unidad, mientras que para las relaciones de a/d de hasta 4.9 el valor del factor de seguridad del modelo (V_{EXP}/V_{CALC}) se pasa de lado no conservador con valores

por debajo de la unidad. Aunque las otras variables no reflejan tendencias claras se incluyen en el Anexo 2.

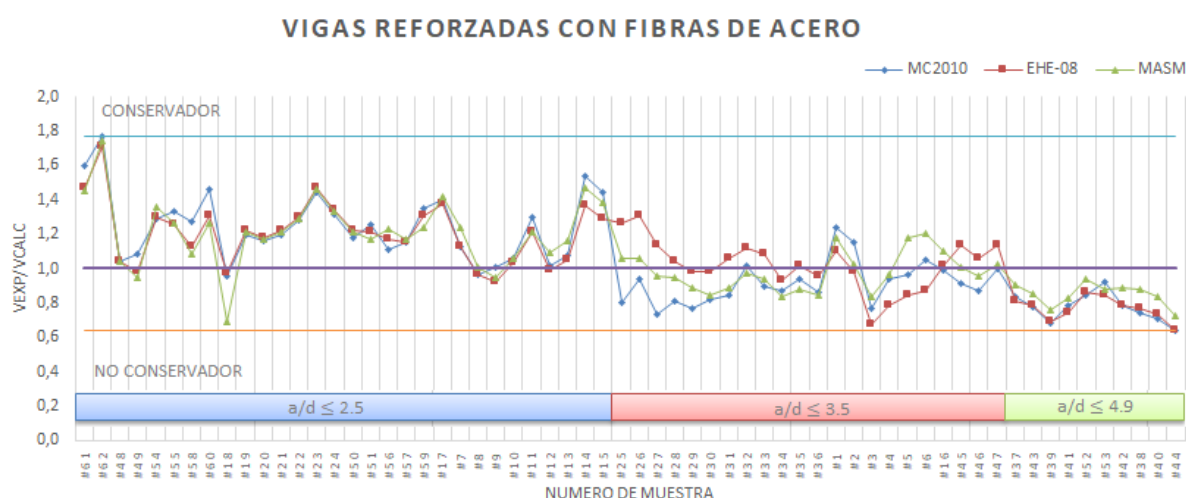


Fig. 30 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante, considerando a/d como variable

Tabla 25 Comparación de datos estadísticos de los modelos estudiados

	MC2010	EHE-08	CCCM + Fibras
Numero de datos	57	57	57
Media	1.07	1.09	1.09
Desviación estándar	0.24	0.21	0.20
Coeficiente de variación (%)	22.66	18.86	18.22
Valor máximo	1.77	1.71	1.74
Valor mínimo	0.68	0.68	0.76
$(V_{EXP}/V_{CALC})5\%$	0.74	0.76	0.84
$(V_{EXP}/V_{CALC})95\%$	1.48	1.39	1.45

En la Tabla 25 se presentan los datos estadísticos de la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) para los 3 modelos de cálculo. Como se observa, el valor medio de esta relación queda por arriba de la unidad, siendo 1.07 para MC2010, 1.09 para EHE-08 y 1.09 para CCCM + Fibras, lo que nos deja del lado conservador. También se puede observar que los coeficientes de variación son 22.66%, 18.86% y 18.22% para cada modelo respectivamente, lo que nos indica que los modelos son comparables entre sí y que se caracterizan por predicciones conservadoras o un poco conservadoras. Para

enfatar el comportamiento a la baja en la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) de los modelos, se muestra en la Fig. 31 una gráfica con tendencia insegura con el aumento de la profundidad efectiva (d), esta tendencia es más evidente en la EHE-08 que en el MC2010 o la extensión del MASM.

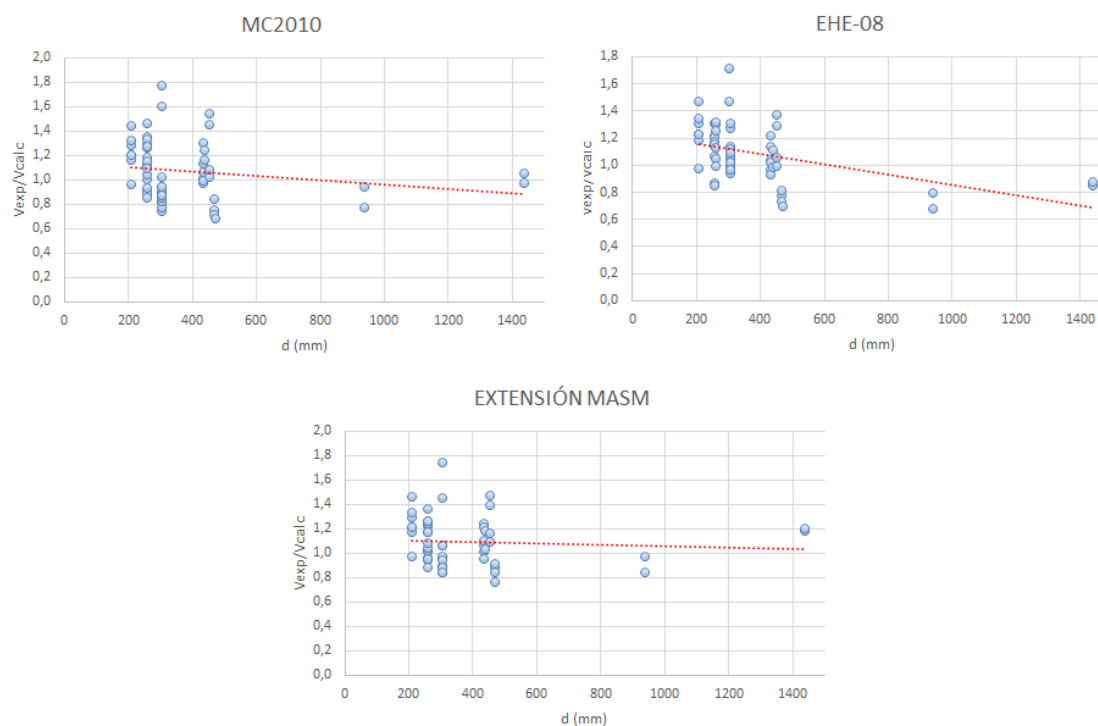


Fig. 31 Tendencia en la correlación entre modelos y resultados experimentales, en términos de (d)

4.4.2 MASM VS Narayanan y Darwish

En la Fig. 32 se muestra la comparación entre los modelos de resistencia a cortante propuesto por Narayanan y Darwish (de base empírica), y el modelo evaluado CCCM + Fibras (de base mecánica). Cabe mencionar que para esta comparación se omitieron los ensayos de Vanderwall et al. ya que no se contaba con la información completa para poder aplicar este modelo. En esta figura, las muestras están ordenadas por autor, pues al igual que el apartado anterior, la comparación de la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) de cada modelo se realizó con diferentes variables de referencia (d , a/d , ρ , f_c , $f_{R,3}$) pero ninguna mostraba una tendencia clara. Los diagramas obtenidos se incluyen en el Anejo 2.

Una de las observaciones más evidentes en esta figura es que la relación (V_{EXP}/V_{CALC}) para el modelo N&D tiene muchos valores por debajo de la unidad a comparación del CCCM + Fibras. A pesar de la reducción de muestras el CCCM + Fibras sigue mostrando valores estadísticos confiables a diferencia de los datos obtenidos para el modelo de N&D. En la Tabla 26 se observan estos datos y se tiene que la media es de 0.99 y 1.06 para N&D y CCCM + Fibras y el coeficiente de variación es de 21.98% y 17.45% respectivamente. Por lo que podemos decir que el modelo propuesto por Narayanan y Darwish tiende al lado inseguro con las muestras analizadas y que el modelo propuesto por Mari et al. CCCM + Fibras arroja datos del lado de la seguridad.

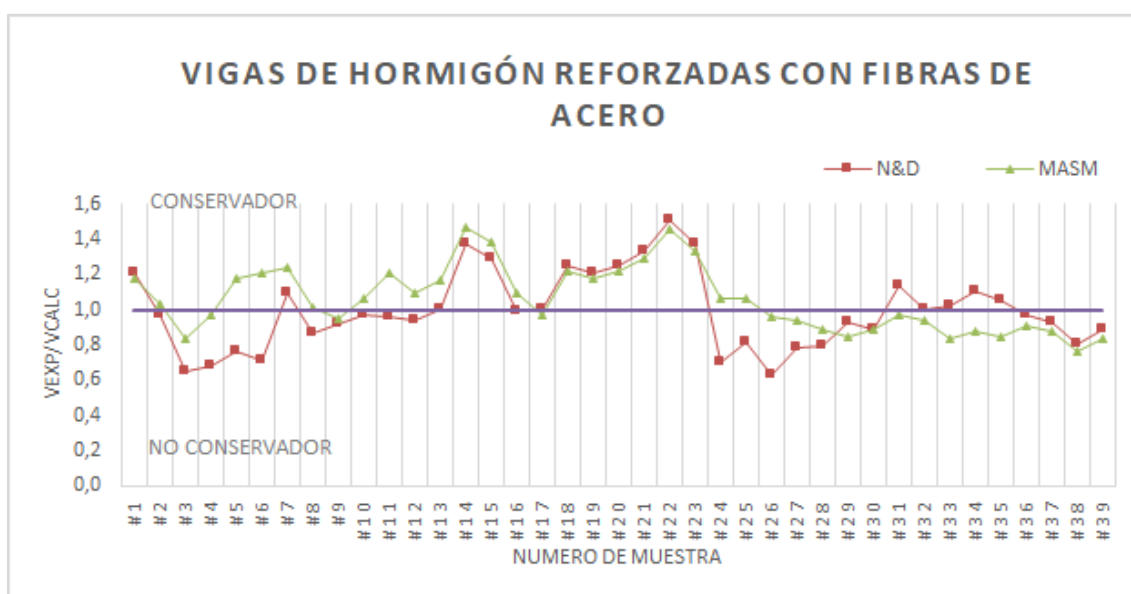


Fig. 32 Comparación entre los modelos de resistencia a cortante considerando f_{R3} como variable

Tabla 26 Comparación de datos estadísticos de modelos estudiados

	Narayanan & Darwish	CCCM + Fibras
Numero de datos	39	39
Media	0.99	1.06
Desviación estándar	0.22	0.18
Coeficiente de variación (%)	21.98	17.45
Valor máximo	1.51	1.47
Valor mínimo	0.63	0.76
$(V_{EXP}/V_{CALC})_{5\%}$	0.68	0.84
$(V_{EXP}/V_{CALC})_{95\%}$	0.97	1.03

5 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El hormigón reforzado con fibras de acero es de gran aplicación en la actualidad y la investigación en este tema aumenta a medida que también aumenta el uso de este material. En este documento se abordó el estudio de la predicción de la resistencia a cortante en vigas de HRFA aplicando la extensión para fibras de acero del Compresion Chord Capacity Model que es una simplificación del Multi Action Shear Model desarrollado en el DECA. Se obtuvo la relación de la resistencia a cortante experimental y de la calculada con el modelo (V_{EXP}/V_{CALC}) y a su vez, esta relación se comparó con la relación obtenida de la aplicación de las ecuaciones propuestas en el MC2010, EHE-08 y del modelo propuesto por Narayanan y Darwish. Para lo anterior se empleó una base de datos de 57 vigas de hormigón reforzado con fibras de acero, sin refuerzo transversal con falla de cortante.

En base al estudio realizado se presentan las siguientes conclusiones:

- La extensión para calcular la resistencia a cortante en elementos reforzados con fibras de acero del Compresion Chord Capacity Model, es un modelo basado en la mecánica de problema que considera todos los mecanismos que contribuyen a la resistencia a cortante incluyendo la mejora que aportan las fibras y su aplicación no es más complicada que los modelos incluidos en los códigos de diseño más empleados.
- Es aceptable cierto nivel de dispersión en los resultados obtenidos debido a que la predicción de la resistencia a cortante es desafiante por la complejidad de este fenómeno físico y de los diversos parámetros se encuentran involucrados en él.

- Las predicciones obtenidas con el CCCM arrojan resultados muy satisfactorios como lo demuestran los datos estadísticos de la relación (V_{EXP}/V_{CALC}). Una media de 1.07 y un coeficiente de variación de 19.17%. El valor de la media por arriba de la unidad nos indica que el modelo el modelo arroja valores dentro de la seguridad.
- Haciendo la comparación con los modelos MC2010, EHE-08 y el propuesto, se puede decir que CCCM + fibras es competitivo pues sus predicciones arrojan valores muy similares e incluso la dispersión mostrada en los primeros dos modelos (MC2010, EHE-08) es mayor, pues arrojan coeficientes de variación de 22.66% y 18.86% respectivamente, mientras que el del CCCM + Fibras es de 18.22%.

Perspectivas futuras

- Revisar y extender la base de datos para la verificación del modelo. La base empleada en este documento no cuenta con todos los datos de partida por lo que es necesario acudir a las fuentes directas para obtener esta información. Además, en este documento las muestras tienen una sección transversal rectangular y únicamente contienen fibras de acero con extremos en gancho, por lo que es deseable incluir otro tipo de fibra y secciones en T.
- Identificar la influencia del tipo de fibra en la resistencia al cortante.
- Realizar un estudio sobre la contribución de las fibras a la resistencia a cortante del hormigón armado también con armadura transversal.

6. REFERENCIAS

- [1] EHE-08 Instrucción de Hormigón estructural, España: Ministerio de Fomento, 2011.
- [2] American Concrete Institute, «Report on Fiber Reinforced Concrete (ACI 544.1R),» 2002.
- [3] A. Marí, A. Cladera, C. Ribas, E. Oller y J. Bairán, Simplified Multi-Action Shear model for Plain or Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Longitudinally Reinforced with Steel or FRP Bars, Zurich, Switzerland: fib, International Workshop on Beam Shear, 2016.
- [4] EN 14889-1 Fibras Para Hormigón, Parte 1: Fibras de Acero, Definiciones, Especificaciones y Conformidad, Madrid: AENOR, 2006.
- [5] Model Code 2010 (MC2010) Final Draft, Vol. 1, Bulletin 65 y Vol. 2, Bulletin 66, Laussane: Federation Internationale du Beton (fib), 2012.
- [6] J. Barros, V. Cunha, A. Ribeiro y J. Antunes, «Post Cracking Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete,» *Materials and Structures*, nº 38, pp. 47-56, 2005.
- [7] UNE 83515 Hormigones con Fibras, Determinación de la Resistencia a Fisuración, Tenacidad y Resistencia Residual a Tracción, Madrid: AENOR, 2010.
- [8] C. Molins, A. Aguado y S. Saludes, «Double Punch Test to Control the energy Dissipation in Tension of FRC (Barcelona Test),» *MATERIALS AND STRUCTURES*, 2008.
- [9] «RILEM TC 162-TDF: Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete, Bending Test,» *Materials and structures*, vol. 33, pp. 3-5, 2000.
- [10] EN 14651 Test Method for Metallic Fibered Concrete-Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality (LOP), Residual), Brussels: European Committee for Standardization, 2005.
- [11] ASTM C1609/C1609M-12 Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber Reinforced Concrete (Using Beam with Third Point Loading), West Conshohocken, Pennsylvania: ASTM International, 2012.
- [12] ASTM C1550-10a Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete (Using Centrally Loaded Round Panel), West Conshohocken, Pennsylvania: ASTM International, 2010.
- [13] S. Campana, M. F. Ruiz, A. Anastasi y A. Muttoni, «Analysis of shear-transfer actions on one way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics,» *Magazine of Concrete Research*, vol. 65, pp. 386-404, 2013.
- [14] A. Blanco, «Characterization and modelling of STFC elements,» Doctoral Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2013.
- [15] E. Mondo, «Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams without Conventional Shear Reinforcement,» Ms Thesis, Royal Institute of Technology (KTH),

Stockholm, 2011.

- [16] D. de Lima Araujo, F. Tibúrcio, R. Dias y M. Souza, «Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams,» *Acta Scientiarum. Technology*, vol. 36, nº 3, pp. 389-397, 2014.
- [17] E. Cuenca, A. Conforti, F. Minelli, G. Plizzari, J. Gregori y P. Serna, «A material-performance-based database for FRC and RC elements under shear loading,» *Materials and structures*, 2018.
- [18] A. Marí, J. Bairán, A. Cladera, E. Oller y C. Ribas, «Shear-flexural strength mechanical model for design and assessment of reinforced concrete beams,» *Structure and Infrastructure Engineering*, pp. 1399-1419, 2014.
- [19] A. Cladera, A. Marí, J. Bairán, C. Ribas, E. Oller y N. Duarte, «The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams,» *Structural Concrete* 17, nº 6, pp. 1017-1032, 2016.
- [20] A. Marí, A. Cladera, C. Ribas, E. Oller y J. Bairán, «Simplified Multi-Action Shear Model for Shear Design,» *fib Bulletin 65, Towards a Rational Understanding of Shear in Beams and Slabs. Technical Report*, pp. 254-267, 2018.
- [21] F. Minelli, A. Conforti, E. Cuenca y G. Plizzari, «Are steel fibres able to mitigate or eliminate size effect in shear,» *Mater Struct*, vol. 47, nº 3, pp. 459-473, 2014.
- [22] F. Minelli y G. A. Plizzari, «On the effectiveness of steel fibers as shear reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 110, nº 3, pp. 379-389, 2013.
- [23] A. Bertozzi y A. Reggia, «Fibre di acciaio per l'armatura minima a taglio delle travi,» Ms Thesis. University of Brescia, Brescia, 2006.
- [24] F. Minelli, G. Plizzari y F. Veccio, «Influence of Steel Fibers on Full-Scale RC Beams Under Shear Loading,» de *Proceedings of the International Conference FraMCoS-High Performance Concrete, Brick-Masonry and Environmental Aspects*, Catani, Italia, 2007.
- [25] A. Conforti, «Il Traliccio ad Inclinazione Variabile per il Progetto a Taglio di Travi Fibrerforzate: Studio Sperimentale e Analitico,» Ms Thesis. University of Brescia, Brescia, 2008.
- [26] A. Conforti, F. Minelli y G. Plizzari, «Influence of Width-to-Effective Depth Ratio on Shear Strength of RC Elements Without Web Reinforcement,» *ACI Structural Journal*, nº 114, pp. 995-1006, 2017.
- [27] E. Cuenca, «On Shear Behavior of Structural Elements Made of Steel Fiber Reinforced Concrete,» Ph.D. dissertation. Springer Thesis. Springer International Publishing, Switzerland, 2015.
- [28] F. Ortiz-Navas, J. Navarro-Gregori, G. Leiva-Herdocia, P. Serna-Ros y E. Cuenca, «An Experimental Study on the Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams Including Macro-Synthetic Fibers,» *Construction Buildings Mater*, 2018.

- [29] D. Dupont y L. Vanderwalle, «Shear Capacity of Concrete Beams Containing Longitudinal Reinforcement and Steel Fibers Fibers,» *Special Publication*, pp. 79-94, 2003.
- [30] A. Conforti, F. Minelli y G. Plizzari, «Wide-Shallow Beams With and Without Steel Fibers: a Peculiar Behaviour in Shear and Flexure,» *Compos B Eng*, nº 51, pp. 282-290, 2013.
- [31] A. Conforti, F. Minelli, A. Tinini, G. Plizzari y S. Moro, «Structural Applicability of Polypropylene fibres: Deep and Wide-Shallow Beams Subjected to Shear,» *ACI Special Publication*, nº 310, pp. 171-180, 2014.
- [32] A. Conforti, F. Minelli, A. Tinini y G. Plizzari, «Influence of Polypropylene Fibre Reinforcement and Width to Effective Depth Ratio in Wide-Shallow Beams,» *Eng Structural*, nº 88, pp. 12-21, 2015.
- [33] E. Cuenca y P. Serna, «Shear Behaviour of Prestressed Precast Beams Made of Self-Compacting Fiber Reinforced Concrete,» *Construction Building Materials*, nº 45, pp. 145-156, 2013.

ANEJOS

ANEJO 1.

Datos que se presentan en la base de datos inicial de ensayos de vigas de HRFA:

- Referencia. Indica el artículo del cual fueron obtenidos los ensayos
- (#) Número de viga. No indica jerarquía, simplemente es para control en los análisis.
- (*ID muestra*) Identificación de la viga. Es la identificación dada en los artículos, por lo general indica características principales de las muestras.
- (*b*) Ancho, en mm
- (*d*) Profundidad efectiva, en mm
- (*a/d*) Relación tramo de cortante-profundidad relativa, adimensional
- (ρ) Cuantía de acero longitudinal, en %
- (ρ_w) Cuantía de acero transversal, en %
- (f_c) Resistencia de compresión del cilindro de hormigón, en MPa
- (d_g) Tamaño máximo de agregado, en mm
- (*FP*) Fuerza de pretensado
- (*Fibra*) Tipo de fibra en términos de: material (S=Acero), longitud en mm / diámetro en mm, forma (H=extremos enganchados, St=rectas, C=curvado). Por ejemplo, la designación S50/0.8H corresponde a fibras de acero de 50 mm de longitud, con diámetro de 0.6 mm y extremos enganchados.
- (V_f) Fracción de volumen de fibras, en %
- ($f_{R,1}$) Resistencia residual a tensión por flexión, de acuerdo con EN 14651 [13] correspondiente a una abertura de fisura $w = 0.5 \text{ mm}$
- ($f_{R,3}$) Resistencia residual a tensión por flexión, de acuerdo con EN 14651 [13] correspondiente a una abertura de fisura $w = 2.5 \text{ mm}$
- (V_{EXP}) Resistencia a cortante experimental, en kN
- (*MF*) Modo de falla: S=Cortante, SY= Cortante después fluencia del acero longitudinal, F=Flexión, WS= Cortante en el alma, concretamente falla debida a la tensión diagonal desarrollada antes de la fisuración por flexión



Datos empleados en la base de datos final

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam	Test ID	b	d	a/d	ρ	ρ_w	f_c	d_g	FP	Fibra	VF	f_{R1}	f_{R3}	V_{EXP}	MF
	(#)		(mm)	(mm)		(%)	(%)	(MPa)	(mm)				(MPa)	(MPa)	(kN)	
[21]	#1	H500 FRC50	250	440	3	1,12		32,1	16		S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	240	SY
	#2	H500 FRC75	250	440	3	1,12		33,1	16		S50/0.8H	0,96	6	6,03	235	S
	#3	H1000 FRC50	250	940	3	1,07		32,1	16		S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	272	S
	#4	H1000 FRC75	250	940	3	1,07		33,1	16		S50/0.8H	0,96	6	6,03	351	S
	#5	H1500 FRC50	250	1440	3	1,01		32,1	16		S50/0.8H	0,64	5,4	5,01	484	S
	#6	H1500 FRC75	250	1440	3	1,01		33,1	16		S50/0.8H	0,96	6	6,03	554	S
[22]	#7	NSC1-FRC 1	200	435	2,51	1,04		24,8	20		S30/0.6H	0,38	2,5	2,40	134	S
	#8	NSC1-FRC 2	200	435	2,51	1,04		24,8	20		S30/0.6H + S12/0.18ST	0.38+0.19	3,41	2,76	180	F
	#9	NSC2-FRC 1	200	435	2,51	1,04		33,5	20		S50/1.0H	0,38	2,6	2,29	120	S
	#10	NSC2-FRC 2	200	435	2,51	1,04		33,5	20		S50/1.0H + S12/0.18ST	0.38+0.19	4,01	3,98	142	S
	#11	NSC3-FRC 1	200	435	2,51	1,04		38,6	20		S30/0.6H	0,38	3,34	2,73	141	S
	#12	HSC1-FRC 1	200	435	2,51	1,04		61,1	15		S30/0.62H	0,64	2,9	2,81	191	S
	#13	HSC1-FRC 2	200	435	2,51	1,04		58,3	15		S30/0.38H	0,64	6,5	5,39	223	F
	#14	NSC4-FRC-500-1	200	455	2,51	0,99		24,4	20					1,71	154	S
	#15	NSC4-FRC-500-2	200	455	2,51	0,99		24,4	20					1,71	194	S
	#16	NSC4-FRC-1000	200	910	2,50	1,04		24,4	20					1,71	258	S
	#17	HSC2-FRC-1000	200	910	2,50	1,04		55	20					2,80	339	S
[30]	#18	W750 FCR25-1	750	210	2,50	1,02		38	16		S50/0,8H		3,01	2,99	356	F
	#19	W750 FCR25-2	750	210	2,50	1,02		38	16		S50/0,8H		3,01	2,99	372	F
	#20	W750 FCR35-1	750	210	2,50	1,02		36,9	16		S50/0,8H		3,52	3,62	360	F
	#21	W750 FCR35-2	750	210	2,50	1,02		36,9	16		S50/0,8H		3,52	3,62	370	F
	#22	W1000 FCR25-1	1000	210	2,50	1,05		38	16		S50/0,8H		3,01	2,99	499	F

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam	Test ID	b	d	a/d	ρ	ρ_w	f_c	d_g	FP	Fibra	VF	f_{R1}	f_{R3}	V_{EXP}	MF
	(#)		(mm)	(mm)		(%)	(%)	(MPa)	(mm)				(MPa)	(MPa)	(kN)	
[30]	#23	W1000 FCR25-2	1000	210	2,50	1,05		38	16		S50/0,8H		3,01	2,99	490	F
	#24	W1000 FCR35-1	1000	210	2,50	1,05		36,9	16		S50/0,8H		3,52	3,62	490	F
	#25	W1000 FCR35-2	1000	210	2,50	1,05		36,9	16		S50/0,8H		3,52	3,62	517	F
[23]	#26	FRC-20 H50-1	200	455	2,50	0,99		24,4	20		S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	154	S
	#27	FRC-20 H50-2	200	455	2,50	0,99		24,4	20		S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	194	S
	#28	FRC-40 H50-1	200	455	2,50	0,99		20,6	20		S50/1.0H	0,51	3,1	2,94	125	S
	#29	FRC-40 H50-2	200	455	2,50	0,99		20,6	20		S50/1.0H	0,51	3,1	2,94	133	S
	#30	FRC-60 H50-1	200	455	2,50	0,99		19,2	20		S50/1.0H	0,76	4,4	4,62	211	S
	#31	FRC-60 H50-2	200	455	2,50	0,99		19,2	20		S50/1.0H	0,76	4,4	4,62	199	S
	#32	FRC-20 H100	200	910	2,50	1,04		24,4	20		S50/1.0H	0,25	1,47	1,54	258	S
[24]	#33	FRC-100	200	910	2,50	1,04		55	20		S50/1.0H	0,25	2,47	2,52	339	S
[25]	#34	FRC	200	435	3,10	1,56		40,7	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	140	S
	#35	ST22-FRC	200	435	3,10	1,56	0,14	45,1	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	168	S
	#36	ST35-FRC	200	435	3,10	1,56	0,25	45,1	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	224	F
	#37	ST45-FRC	200	435	3,10	1,56	0,36	40,7	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	225	F
	#38	ST22-VFRC-a	200	435	3,10	1,56	0,10	41,6	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	163	S
	#39	ST22-VFRC-b	200	435	3,10	1,04	0,10	41,6	20		S50/1.0H	0,38	2,08	1,91	160	F
[31]	#40	PFRC 150x600-1	150	553	2,50	1,12		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	166	S
	#41	PFRC 150x600-2	150	553	2,50	1,12		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	198	S
	#42	PFRC 150x800-1	150	763	2,50	1,10		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	205	S
	#43	PFRC 150x800-2	150	763	2,50	1,10		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	245	S
	#44	PFRC 150x800PT-1	150	763	2,50	1,10		34,4	16	1,3	PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	284	SY

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam	Test ID	b	d	a/d	ρ	ρ_w	f_c	d_g	FP	Fibra	VF	f_{R1}	f_{R3}	V_{EXP}	MF
	(#)		(mm)	(mm)		(%)	(%)	(MPa)	(mm)				(MPa)	(MPa)	(kN)	
[31]	#45	PFRC 300x800-1	300	761	2,50	0,99		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	381	S
	#46	PFRC 300x800-2	300	761	2,50	0,99		34,4	16		PP40/0.75C	1,43	2,4	2,58	405	S
[32]	#47	W890 PFRC-2	890	295	2,50	1,22		26	16		PP40/0.75C	1,43	2,44	2,99	605	SY
[26]	#48	W105 FRC25-14	105	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	39	S
	#49	W210 FRC25-14	210	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	98	S
	#50	W315 FRC25-14	315	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	142	S
	#51	W420 FRC25-14	420	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	196	S
	#52	W525 FRC25-14	525	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	261	S
	#53	W630 FRC25-14	630	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	353	S
	#54	W735 FRC25-14	735	210	2,50	1,40		35,3	16		S50/0.8H	0,32	2,17	2,23	376	S
[27]	#55	H-65/40BN	90	308	2,90	3,72		96	12		S40/0.62H	0,63	6,34	1,3	66	S
	#56	M-80/50BN	90	308	2,90	3,72		61,9	12		S50/0.62H	0,63	7,5	1,83	72	S
	#57	H-80/50BN	90	308	2,90	3,72		96,3	12		S50/0.62H	0,63	6,7	1,91	63	S
	#58	L-80/50BN-a	90	308	2,90	3,72		34,3	12		S50/0.62H	0,63	5,29	3,55	60	S
	#59	L-65/40BN	90	308	2,90	3,72		33,8	12		S40/0.62H	0,63	5,45	3,69	57	S
	#60	3-45/50BN	90	308	2,90	3,72		51	12		S50/1.05H	0,63	4,18	4,43	67	S
	#61	M-65/40BN-a	90	308	2,90	3,72		66,6	12		S40/0.62H	0,63	6,48	4,5	75	S
	#62	M-80/30BP	90	308	2,90	3,72		49,7	12		S30/0.38H	0,63	6,93	7,13	93	S
	#63	H-80/30BP	90	308	2,90	3,72		83,6	12		S30/0.38H	0,63	8,84	7,38	95	S
	#64	L-80/40BP	90	308	2,90	3,72		40,7	12		S40/0.5H	0,63	7,71	8,18	81	S
	#65	M-80/40BP	90	308	2,90	3,72		71,1	12		S40/0.5H	0,63	8,16	9,44	101	S
	#66	H80/40BP	90	308	2,90	3,72		88,1	12		S40/0.5H	0,63	12,2	10,6	102	S

Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam	Test ID	b	d	a/d	ρ	ρ_w	f_c	d_g	FP	Fibra	VF	f_{R1}	f_{R3}	V_{EXP}	MF
	(#)		(mm)	(mm)		(%)	(%)	(MPa)	(mm)				(MPa)	(MPa)	(kN)	
[33]	#67	HF400 h/6	100	739	2,80	1,71		64,5	12	8,46	S40/0.62H	0,75	8,96	5,96	420	WS
	#68	HF600/4	100	689	3,00	1,83		64,5	12	8,46	S40/0.62H	0,75	10,46	6,24	392	WS
	#69	HF600/5	100	689	3,00	1,83		64,5	12	8,46	S40/0.62H	0,75	8,55	5,55	347	WS
	#70	HF400/7	100	689	3,00	1,83		64,5	12	9,41	S40/0.62H	0,75	6,64	4,77	390	WS
	#71	HF400/8	100	689	3,00	1,83		64,5	12	9,41	S40/0.62H	0,75	8,1	4,68	428	WS
	#72	HF260/9	100	689	3,00	1,83		64,5	12	10,36	S40/0.62H	0,75	6,45	5,68	326	WS
	#73	HF600/1	100	689	3,00	1,83	0,34	64,5	12	8,46	S40/0.62H	0,75	5,26	5,13	572	WS
	#74	HF600/2	100	689	3,00	1,83	0,34	64,5	12	8,46	S40/0.62H	0,75	9,36	6,89	593	WS
[28]	#75	OAS1	305	470	3,90	1,7		39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	233	S
	#76	OAS2	305	469	4,90	2,3		39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	228	S
	#77	OBS1	229	472	3,90	2,2		39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	155	S
	#78	OBS2	229	469	4,90	2,3		39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	163	S
	#79	AS1	305	477	3,80	1,7	0,1	39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	335	WS
	#80	AS2	305	477	4,80	2,2	0,1	39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	329	WS
	#81	BS1	229	477	3,80	2,2	0,15	39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	273	S
	#82	BS2	229	475	4,80	2,2	0,15	39,7	16		S60/0.9H	0,38	3,22	4,12	346	S
	#83	OAP1	305	473	3,90	1,7		43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	223	S
	#84	OAP2	305	473	4,80	2,2		43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	243	S
	#85	OBP1	229	471	3,90	2,2		43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	181	S
	#86	OBP2	229	469	4,90	2,2		43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	148	S
	#87	AP1	305	475	3,90	1,7	0,1	43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	348	WS
	#88	AP2	305	474	4,80	2,2	0,1	43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	339	S

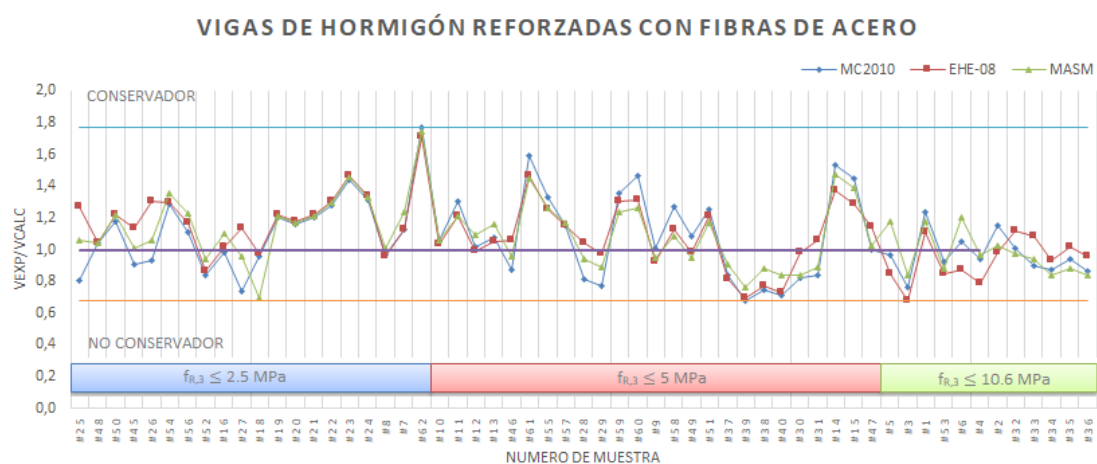
Modelo de Resistencia a Esfuerzo Cortante de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero

Ref.	Beam	Test ID	b	d	a/d	ρ	ρ_w	f_c	d_g	FP	Fibra	VF	f_{R1}	f_{R3}	V_{EXP}	MF
			(mm)	(mm)		(%)	(%)	(MPa)	(mm)				(MPa)	(MPa)	(kN)	
[28]	#89	BP1	229	481	3,80	2,2	0,15	43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	278	S
	#90	BP2	229	475	4,80	2,2	0,15	43,6	16		PP48/0.85C	1,1	2,78	4,3	244	WS
[29]	#91	2	200	260	3,46	3,55		46,4	14					1,5	110	S
	#92	3	200	260	3,46	3,55		43,2	14					3,1	120	S
	#93	4	200	260	3,46	3,55		47,6	14					4,9	155	S
	#94	17	200	262	2,48	1,15		39,1	14					1,4	82,5	S
	#95	18	200	262	2,48	1,15		38,6	14					4,1	108	S
	#96	20	200	260	2,50	1,81		39,1	14					1,4	108	S
	#97	21	200	260	2,50	1,81		38,6	14					4,1	144	S
	#98	23	200	260	4,04	1,81		40,7	14					1,9	82,5	S
	#99	24	200	260	4,04	1,81		42,4	14					5,6	117	S
	#100	26	200	262	2,48	1,15		26,5	14					1,9	100	S
	#101	27	200	262	2,48	1,15		27,2	14					3,5	120	S
	#102	29	200	260	2,50	1,81		26,5	14					1,9	100	S
	#103	30	200	260	2,50	1,81		27,2	14					3,5	120	S
	#104	31	200	262	2,48	1,15		47,4	14					4	130	S
	#105	32	200	260	2,50	1,81		46,8	14					3,8	157,5	S
	#106	33	200	262	2,48	1,15		45,4	14					3,9	147,5	S
	#107	34	200	262	2,48	1,15		50	14					5,1	158	F
	#108	41	200	305	2,46	1,03		34,4	14					3,5	162	S
	#109	42	200	305	2,46	1,03		30,1	14					3,4	162	F
	#110	43	200	305	2,46	1,03		30,2	14					2,5	162	S/F

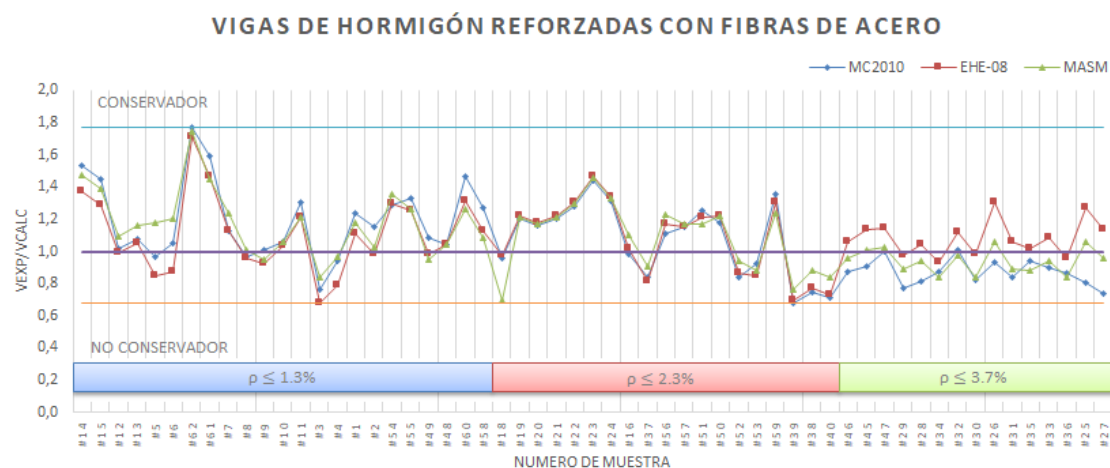
ANEJO 2

Comparación de los 3 modelos de cálculo MC2010-EHE08-CCCM con variables de los diferentes parámetros que afectan la resistencia a cortante en hormigones reforzados con fibras de acero

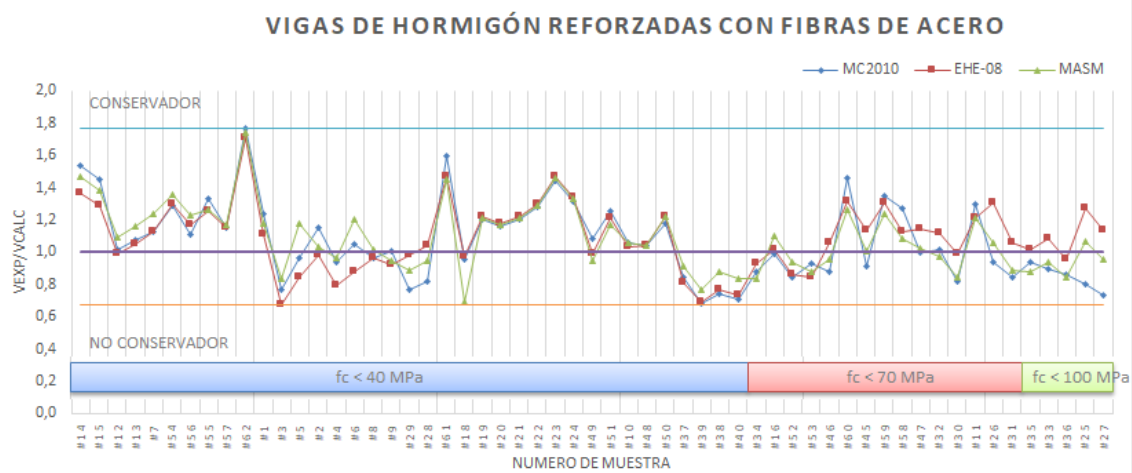
1 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) MC2010-EHE08-CCCM, con resistencia residual a la tracción como variable.



2 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) MC2010-EHE08-CCCM, con cuantía de acero longitudinal como variable

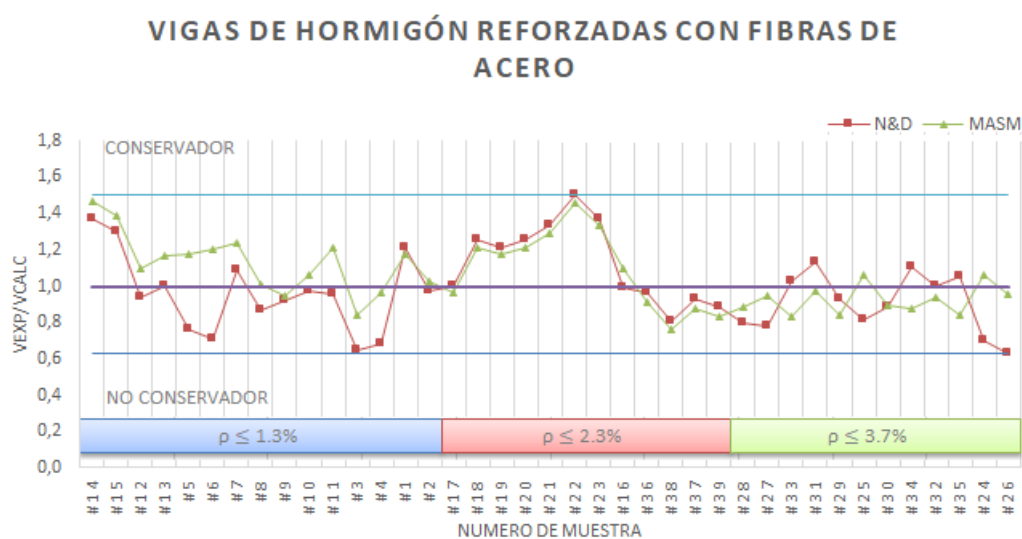


3 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) MC2010-EHE08-CCCM, con resistencia a la compresión como variable

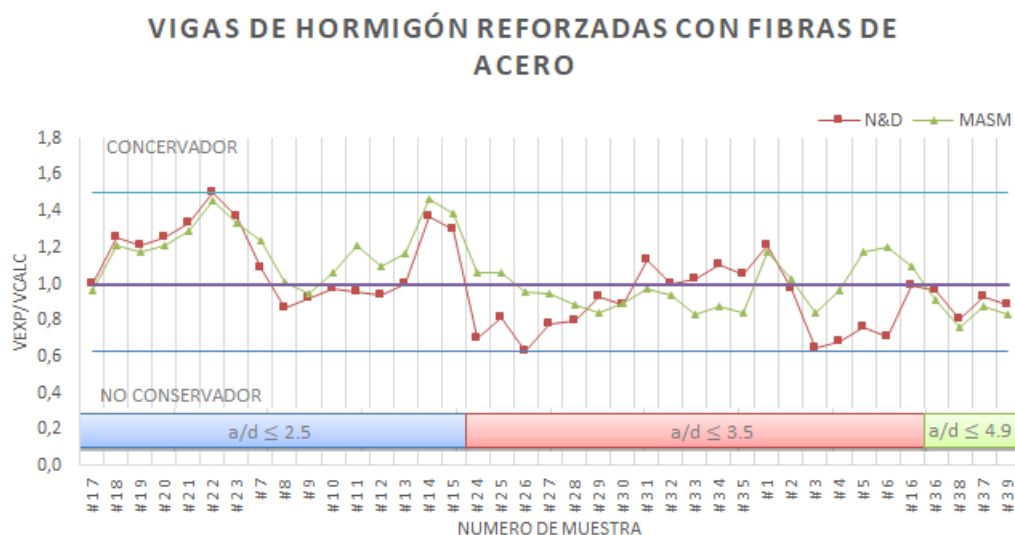


Comparación de los modelos de cálculo N&D-CCCM con variables de los diferentes parámetros que afectan la resistencia a cortante en hormigones reforzados con fibras de acero

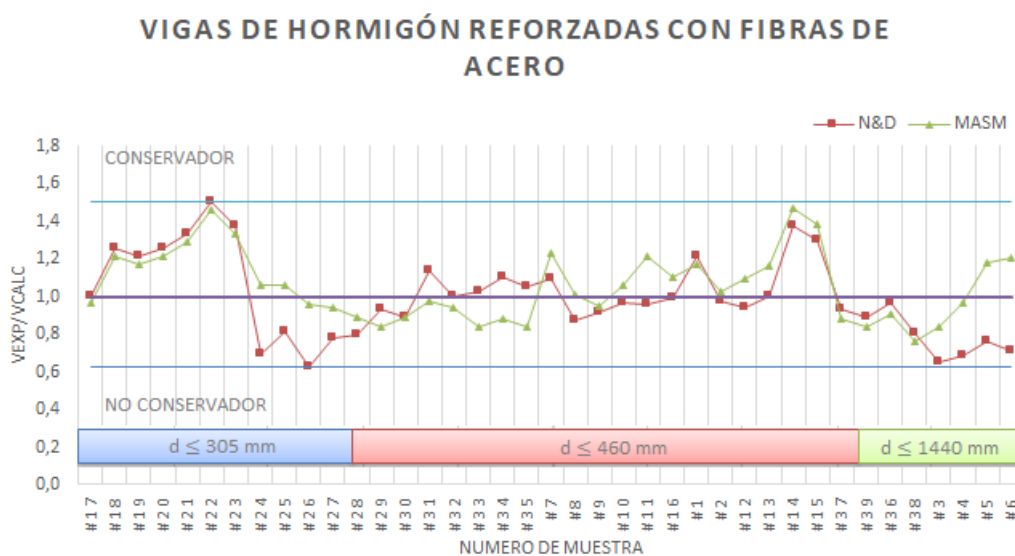
4 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) N&D-CCCM, con cuantía de acero longitudinal como variable.



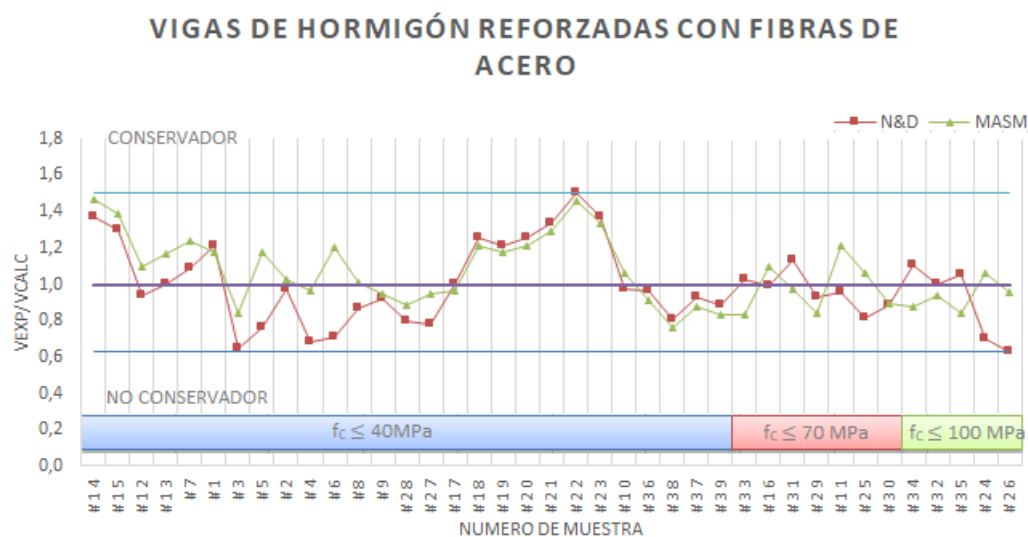
5 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) N&D-CCCM, con relación tramo de cortante-profundidad efectiva como variable.



6 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) N&D-CCCM, con profundidad efectiva como variable.



7 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) N&D-CCCM, con resistencia a compresión como variable.



8 Relación (V_{EXP}/V_{CALC}) N&D-CCCM, con resistencia residual a la tracción como variable.

